6 Péndulo simple

El **péndulo simple** está constituido por una masa puntual suspendida de un punto fijo mediante un hilo inextensible y de masa despreciable. Cuando se separa de su posición vertical (posición de equilibrio) y se suelta, el péndulo oscila en un plano vertical, describiendo un movimiento periódico y oscilatorio cuyas características se estudian a continuación.

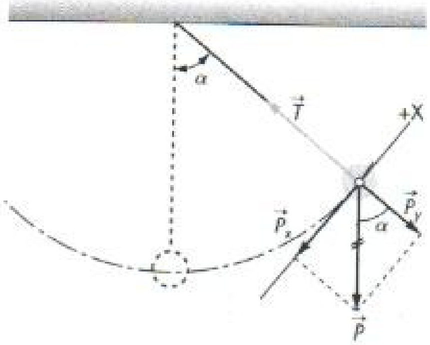

Fig. 1.28
Péndulo simple.

Las fuerzas que actúan sobre la masa m del péndulo —conocida como *lenteja* del péndulo— son (Fig. 1.28): su *peso* y la *tensión de la cuerda* (no se tiene en consideración la fricción con el aire). Al descomponer el peso como se indica en la figura, y al aplicar la *segunda ley de Newton* a cada eje:

- *Eje Y:* $\vec{T} + \vec{P}_y = m\,\vec{a}_y;\ \ |\vec{T}| - |\vec{P}_y| = m\,a_y.$
- *Eje X:* $\vec{P}_x = m\,\vec{a}_x;\ \ -m\,|\vec{g}|\sin\alpha = m\,a_x.$

Como el péndulo describe una trayectoria circular, debe haber una fuerza centrípeta dirigida hacia el centro de la trayectoria. Por tanto, $|\vec{T}| > |\vec{P}_y|$; esta fuerza centrípeta es la resultante en el eje Y.

En el eje X, al simplificar la masa, se tiene $a_x = -\,|\vec{g}|\sin\alpha$.

Para ángulos pequeños, el valor del seno del ángulo es prácticamente igual al valor del ángulo expresado en radianes (Tabla 1.3). Por tanto, si los *ángulos* son *pequeños*, $a_x = -\,|\vec{g}|\,\alpha$.

Tabla 1.3

α (°)	α (rad)	sin α	%
0	0	0	0
2	0,0349	0,0349	0
5	0,0873	0,0872	0,11
10	0,175	0,174	0,51
15	0,262	0,259	1,1

%: diferencia en tanto por ciento entre α (rad) y sin α.

Comparación de los valores de un ángulo en radianes y el seno del mismo.

La relación entre la longitud de un arco (x), el ángulo en radianes (α) y el radio del mismo (R) es (Fig. 1.29): $\alpha = x/R$. Si L es la longitud del péndulo, para sus oscilaciones de ángulos pequeños se tiene:

$$a_x = -\,|\vec{g}|\,\alpha = -\,|\vec{g}|\,\frac{x}{L}$$

Para un péndulo determinado, el cociente $|\vec{g}|/L$ es constante (igual a C), por tanto:

$$a_x = -\,\frac{|\vec{g}|}{L}\,x = -\,C\,x$$

que, comparándola con la que corresponde a la aceleración de un M.A.S., $a = -\,\omega^2 x$ (ecuación [1.8]), pone de manifiesto que un péndulo simple describe un movimiento armónico simple (si la amplitud de la oscilación es pequeña). El **periodo** del péndulo simple viene dado por:

$$a_x = -\,\frac{|\vec{g}|}{L}\,x = -\omega^2 x \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{|\vec{g}|}{L}} = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{|\vec{g}|}} \qquad [1.28]$$

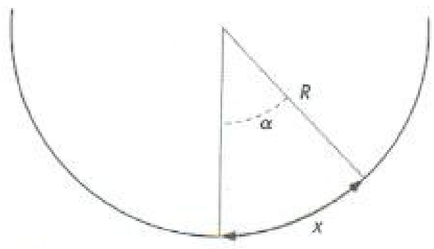

Fig. 1.29
La relación entre la longitud del arco, el radio y el ángulo (en radianes) es: $\alpha = x/R$.

Es importante resaltar que, de acuerdo con esta ecuación, el *periodo de oscilación de un péndulo simple* es *independiente* de la *amplitud* de las *oscilaciones* y de su *masa*.