

· TEMA 0 ·

Repaso de Aspectos Generales

La experiencia de otros años demuestra que resulta conveniente, antes de abordar de lleno el contenido de la física de este curso, hacer un breve repaso de los aspectos más importantes de los del curso anterior, ya que muchos de ellos se nos volverán a repetir en este, sobre todo los más fundamentales. Será un repaso breve que nos permitirá un progreso más efectivo en los contenidos de este segundo curso de física. Comenzamos.

0.1. CINEMÁTICA.

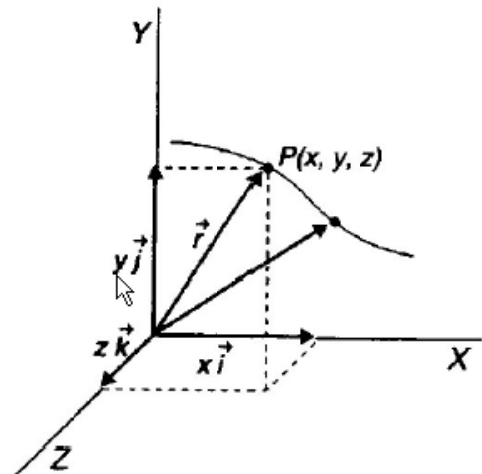
La cinemática es esa parte de la física que se encarga del estudio del movimiento, pero sin atender a la causa que lo produce. Para ese estudio cinemático, es necesario utilizar una serie de magnitudes que ayudan a definir conceptos fundamentales en ese tema.

0.1.1. SISTEMAS DE REFERENCIA.

La idea de que el reposo y el movimiento son conceptos relativos puede ponerse fácilmente de manifiesto mediante ejemplos claros que ya se abordaron en el curso pasado. También allí se dedujo que el mejor modo de evitar ambigüedades en el estudio, consistía en prefijar un **SISTEMA DE REFERENCIA**, esto es, un **PUNTO DE VISTA** desde donde realizar el estudio. En ese punto de referencia se situaría el observador, de modo que **NO existen sistemas de referencia especialmente privilegiados**, y que **TODOS** son igualmente aceptables, pudiendo variar las ecuaciones que describen el movimiento, e incluso los resultados, siendo éstos completamente equivalentes. Es por tanto el primer paso: decidir un punto de referencia, que se considerará "en reposo". Escrupulosamente hablando, **NO** puede decirse que exista nada fijo, por lo que toda la elección de tales sistemas de referencias serán siempre aproximaciones. De hecho, es posible incluso elegir **SISTEMAS DE REFERENCIA EN MOVIMIENTO CONSTANTE (Sistemas de referencia inerciales)** que **NO** ofrecen diferencia dinámica respecto de los que están en reposo, como seguramente recordarás del curso pasado. Los **SISTEMAS DE REFERENCIA NO INERCIALES**, son los que están afectados de aceleración y en esos casos, las leyes de la física hay que "reinterpretarlas". Usaremos los sistemas de referencia inerciales, representados habitualmente mediante un sistema de ejes cartesianos.

0.1.2. POSICIÓN y VECTOR DE POSICIÓN.

Elegido el sistema de referencia, definimos **la posición** como la distancia a la que está el cuerpo móvil respecto de aquél. En su forma más general, la posición de un cuerpo puede conocerse mediante las coordenadas cartesianas (x, y, z) del cuerpo, de modo que el módulo del vector que une ese punto (x,y,z) con el origen de coordenadas, nos dará la distancia a que se encuentra el cuerpo. A este vector se le denomina **VECTOR DE POSICIÓN**. Evidentemente, sabremos que un cuerpo está en movimiento respecto de un sistema de referencia elegido, **cuando CAMBIEN esas coordenadas**, esto es, cuando varíen con el tiempo, de modo que el resultado de unir las distintas posiciones del cuerpo que se está moviendo, nos dará **LA TRAYECTORIA**.



En estos términos, el que hemos recordado como vector de posición del cuerpo móvil puede escribirse genéricamente como

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

en donde sus tres coordenadas varían con el tiempo, como corresponde al objeto móvil. Un caso particularmente interesante es cuando el móvil se desplaza en el plano, en cuyo caso es fácil obtener sus ecuaciones paramétricas y con ellas, la de la trayectoria. Sólo con la ecuación de la trayectoria se puede reconocer si el movimiento es rectilíneo o no. (Recordar del curso pasado cómo se hacía esta operación).

Es cierto que también puede hacerse el estudio del movimiento de una forma **ESCALAR**. Para ello, suele hablarse de un **PUNTO de REFERENCIA**, esto es, un punto **sobre la misma trayectoria** respecto del cual medir la distancia y así la posición. Se distinguen posiciones positivas para cuando el móvil se sitúa a la derecha de ese punto, y negativas cuando está a la izquierda. Al ser **este método menos general que el vectorial**, solo lo usaremos cuando la situación física admita una simplificación adicional.

0.1.3. VELOCIDAD.

Con ayuda del **vector desplazamiento** (concepto del curso pasado) se define la idea de **velocidad media** y, posteriormente –llevándolo al límite- la de velocidad instantánea y sus características. A remarcar, está el hecho de que “la velocidad es una magnitud vectorial”, cuyo módulo puede reconocerse como “rapidez”. Ya que la velocidad es un vector, hay que recordar que a la hora de referirnos a él es preciso conocer, por lo tanto, su expresión vectorial. La velocidad instantánea se define como la derivada matemática del vector de posición, según

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

Por la propia definición anterior, y recordando lo que de esto se dijo en el curso pasado (en el “salto al límite”) la velocidad es un vector tangente en cada punto a la trayectoria del móvil, y su sentido es el del movimiento del cuerpo. El módulo de este vector nos dará la rapidez, que en el sistema internacional, se mide en m/s.

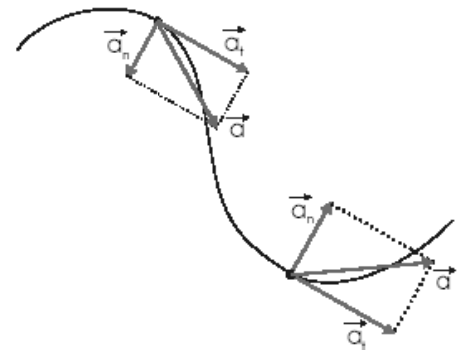
Es posible que la expresión vectorial de la velocidad (vector) sea una expresión dependiente del tiempo. Ello nos indicará que tal movimiento es un ejemplo de movimiento NO uniforme.

0.1.4. ACELERACIÓN

Los **CAMBIOS en la velocidad** se miden mediante el concepto de ACELERACIÓN. Igual que se hizo con la idea de velocidad, la de aceleración parte de la “aceleración media” para tras llevarlo al límite, obtener la aceleración instantánea, definida como la derivada de la velocidad, del siguiente modo:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

Sin embargo, dado que la aceleración mide los CAMBIOS del vector velocidad, puede existir tal cambio con que “sólo “ exista un cambio en la dirección/sentido de ese vector velocidad, por lo que conviene recordar que la expresión anterior nos calcula la **ACELERACIÓN TOTAL**, existiendo lo que se denominan componentes intrínsecas de la aceleración que reflejan de forma separada los cambios que se producen bien en la rapidez (**aceleración tangencial**) o en la dirección (**aceleración centrípeta**) definidas del modo siguiente:



ACELERACIÓN TANGENCIAL: Mide los cambios en la rapidez del movimiento.

$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t$$

Módulo: derivada respecto del tiempo de la rapidez.

Dirección: tangente a la trayectoria

Sentido: el del movimiento

Precisamente el vector unitario \vec{u}_t es un vector tangente a la trayectoria.

ACELERACIÓN NORMAL o CENTRÍPETA: Mide los cambios en la dirección del movimiento.

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$$

Módulo: el cuadrado de la rapidez entre el radio de giro. (No se recuerdan aquí las demostraciones vistas el curso pasado)

Dirección: perpendicular a la aceleración tangencial.

Sentido: Hacia el centro de la curvatura. De hecho un es un vector dirigido hacia el centro de giro (Ver figura).

Por tanto la suma VECTORIAL de estas dos componentes da la ACELERACIÓN TOTAL que antes hemos definido.

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

0.1.5. ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO.

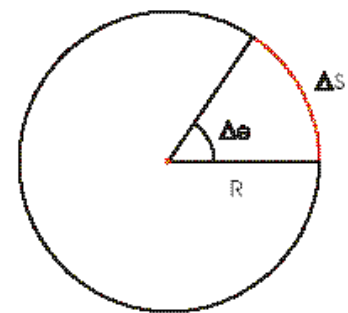
Todas las magnitudes y conceptos anteriores se plasman en un "método" para analizar y estudiar el movimiento de los cuerpos. Tal análisis obedece a un planteamiento matemático a partir del cual es relativamente fácil obtener conclusiones de interés acerca de las propiedades del movimiento en cuestión. Esta operación parte del planteamiento de la que da en denominar ecuación del movimiento. En su forma más completa, **la ecuación del movimiento es una ecuación VECTORIAL**, que sin detenernos ahora en su "demostración" tiene de aspecto general, la expresión

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

Es SUMAMENTE IMPORTANTE tener claro que la ecuación general anterior es UNA ECUACIÓN VECTORIAL. Con ella, es posible analizar movimientos que se producen en una, dos y tres dimensiones.

A partir de esa ecuación, y mediante el uso de las derivadas, es posible obtener la velocidad y/o la aceleración, si bien hasta ahora los únicos movimientos analizados son aquellos con aceleración CONSTANTE.

Un caso particular de interés de movimientos es el **MOVIMIENTO CIRCULAR**. Por sus propias características, todos los movimientos circulares son ACELERADOS, ya que en ellos existe un continuo cambio en la dirección del movimiento, y por tanto, existe aceleración centrípeta. Sin embargo, dadas las características tan peculiares de este tipo de movimiento, existen otras magnitudes que ayudan a describirlo mejor: son las magnitudes angulares. Resulta muy conveniente en aras de la simplicidad, abordar **el estudio de los movimientos circulares con ecuaciones ESCALARES DEL MOVIMIENTO**.



Ya que todo cuerpo en movimiento circular "barre" un ángulo con el radio que lo une al centro de giro, resulta de suma utilidad recordar la magnitud "**posición angular**" en radianes (ϕ) definida como

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{R}$$

Si el movimiento circular se recorre con rapidez constante, el ángulo barrido en un mismo tiempo será siempre el mismo, por lo que la rapidez angular (ω) se define como

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

y de no ser así, hará falta definir la **aceleración angular (α)** como

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

de modo que la ecuación general (escalar) de los movimientos circulares podía escribirse como

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

pudiéndose deducir a partir de ella los casos más generales de movimientos circulares ("uniformes" o no), haciendo uso de las derivadas.

Para finalizar este repaso, habrá que recordar las relaciones entre las magnitudes angulares y las lineales, que sin entrar en las demostraciones son:

$$\begin{aligned}S &= \theta \cdot R \\v &= \omega \cdot R \\a_t &= \alpha \cdot R \\a_N &= \omega^2 \cdot R\end{aligned}$$

0.2. DINÁMICA.

Si la Cinemática estudia el movimiento sin atender a la causa que lo produce, parte de la Dinámica se encarga de ello. El concepto fundamental de la dinámica es **el concepto de FUERZA** (o interacción). Entendemos físicamente por Fuerza, **la magnitud (vectorial) que nos mide la intensidad de una interacción entre DOS CUERPOS**. Hay que entender que por interacción se quiere especificar **ACCIÓN MUTUA** de ahí que físicamente no tenga sentido hablar de "la fuerza de los cuerpos" ya que éstos **NO** tienen fuerza, sólo la ejercen. Así por tanto, cuando analicemos situaciones dinámicas habrá que buscar siempre un cuerpo que "ejerza" la fuerza y otro que "la padezca". Entender este primer aspecto resulta crucial.

Por otro lado, recordamos que esa acción-mutua a la que llamamos fuerza puede ejercerse bien *a distancia o bien por "contacto"* y que puede llegar a producir en los cuerpos que la padecen, DOS tipos de efectos: **DEFORMACIONES** (incluso a nivel microscópico) o **VARIACIONES en el estado de movimiento de los cuerpos**. De hecho, si un cuerpo **NO** experimenta variaciones en su estado de movimiento, se dirá que la **RESULTANTE** de las fuerzas que actúan sobre él es cero, y entonces bien estará en reposo (relativo) o en Movimiento Uniforme (Ley de Inercia).

Puesto que existe una relación entre fuerza y **VARIACIONES** en el estado de movimiento de los cuerpos es fácil intuir la relación que ha de existir entre **Fuerza (resultante)** y esa variación de movimiento (medida mediante la aceleración). La magnitud que sirve de relación es la "masa inercial" de modo que la expresión más general de esa relación constituye la segunda ley de Newton que en seguida recordaremos.

Antes conviene hacer referencia a una importante magnitud con estos conceptos relacionados: **EL MOMENTO LINEAL** (o cantidad de movimiento). Es una **MAGNITUD VECTORIAL** definida por el producto de la masa por la velocidad

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Por lo tanto, **p** posee la misma dirección y sentido que **v**. Las variaciones del movimiento de la que antes hablábamos quedan referidas, precisamente de forma más genérica, a variaciones en la cantidad de movimiento. Ya que esas variaciones son provocadas ("por definición") por una o varias fuerzas sin contrarrestar, la segunda ley de Newton se expresa como una ecuación vectorial en el sentido

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

de modo que si la masa permanece constante esa expresión nos conduce a la conocida $\Sigma \mathbf{F} = m \mathbf{a}$

La Ley de Inercia a la que antes hemos aludido, de un modo general queda expresada en términos de cantidad de movimiento, de forma que si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es cero, la derivada $dp/dt = 0$, esto es que **p** ha de ser constante. De este modo, (si $m = \text{constante}$) que **p** sea constante implica que lo sea **v**.

No hay que olvidar que las ecuaciones y conceptos que aquí se recuerdan son de carácter vectorial, lo que supone tomar todas las precauciones necesarias que ello conlleva.

La **TERCERA LEY DE NEWTON** es casi una consecuencia de la definición dada del concepto de fuerza y del desarrollo anterior. Si un cuerpo A ejerce una fuerza sobre otro cuerpo B (F_{AB}) éste cuerpo B ejercerá otra fuerza exactamente igual en intensidad sobre el cuerpo A (F_{BA}) de igual dirección y sentido contrario. Eso sí, hay que recordar que *esas dos fuerzas nunca estarán contrarrestadas, pues se hallan aplicadas en cuerpos diferentes*, y que para cada una de ellas se cumple la ley fundamental de la dinámica (segunda ley de Newton). De este

modo, si dos cuerpos están sometidos a su mutua interacción, esta tercera ley conduce (no procedemos a su demostración que se hizo en el curso pasado) a la conocida **LEY DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO**, en donde la cantidad de movimiento total de todo el conjunto ha de permanecer invariable (en ausencia de fuerzas exteriores). Ojo: pueden variar las **p** de cada cuerpo individual, lo que esta ley exige es que **NO cambie la SUMA (vectorial, por supuesto) de estas magnitudes.**

Existen un grupo de fuerzas "de contacto" que se vieron el curso pasado y que merece recordar aunque sea de pasada.

0.2.1. FUERZAS DE ROZAMIENTO.

Genéricamente (y en primera aproximación) se entienden por tales, a las fuerzas que surgen como consecuencia "del contacto" entre cuerpos en movimiento relativo. En las que nos centramos más son en las fuerzas de rozamiento entre superficies, recordando que el valor de esa fuerza depende de la naturaleza de esas superficies (NO del valor de esas superficies) y de la "fuerza que comprime" a ambos cuerpos. Su valor máximo queda calculado por la expresión

$$F_r \leq \mu N$$

0.2.2. FUERZAS ELÁSTICAS.

Son las ejercidas por muelles o resortes, y tienen gran importancia en los modelos de física del estado sólido. La ley que permite conocer esta interacción es la conocida como "**ley de Hooke**", según la cual esa fuerza ejercida por el resorte *se opone a la deformación* (x) con un valor proporcional a éste. La constante de proporcionalidad, depende de la naturaleza del resorte. Esta ley suele expresarse de modo matemático como:

$$\vec{F} = -Kx \vec{u}$$

siendo **u** el vector unitario correspondiente.

0.3. TRABAJO y ENERGÍA.

Vamos a finalizar este rápido repaso con uno de los conceptos más productivos de la física, el de Energía. Aunque no resulta fácil definir esta magnitud, podemos relacionarla con los cambios que se producen en la Naturaleza, lo que nos permite hacer una amplia clasificación y definir (recordar) unos conceptos y magnitudes que nos permiten evaluar las **VARIACIONES de energía (transferencias)** entre cuerpos, de modo que una característica fundamental de esos intercambios es que en ellos, la cantidad de energía permanece constante. Dependiendo de la existencia o no de "**fuerzas disipativas**" las transferencias de energía ocurren sin "degradación en calor" o con presencia de éste en un valor igual a las diferencias energéticas "recibida y transferida".

La primera magnitud que nos permite evaluar las transferencias energéticas debidas a la existencia de fuerzas, es al **TRABAJO MECÁNICO** (W , escalar), que sin entrar en las demostraciones que ya se vieron en el curso pasado, y cuando la fuerza que actúa sobre el cuerpo es constante, se puede escribir:

$$W = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot dr \cdot \cos \alpha = \Delta E_c = E_{c_F} - E_{c_I} = \frac{1}{2} m \cdot (v_F^2 - v_I^2)$$

si bien conviene recordar que en la ecuación anterior (conocida como el **Teorema de las Fuerzas Vivas**) la expresión $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ recibe el nombre de **ENERGÍA CINÉTICA**.

A propósito del concepto de trabajo conviene remarcar que éste **NO** es una forma de energía, sino que es una magnitud que sirve para medir **LAS ENERGÍAS TRANSFERIDAS** entre sistemas, de modo que si un sistema está "ganando" energía es porque hay otro "que la está perdiendo", y así un $W > 0$ indica que el sistema está

"ganando" energía, mientras que si $W < 0$ significará que lo está perdiendo. Dicho de otro modo: **un cuerpo NO tiene trabajo (del mismo modo que tampoco tiene CALOR**: el calor –recordémoslo de paso- es un proceso, igual que W , de intercambio de energía entre dos cuerpos como consecuencia de sus diferencias de energía interna)

Dentro de poco veremos "cómo hay que retocar" esta expresión para el caso de fuerzas variables.

Existe un grupo importante de fuerzas (llamadas **FUERZAS CONSERVATIVAS**) que tienen la característica principal de que el trabajo que realizan NO depende del camino que sigan, sino sólo del valor que tiene una función matemática en la posición inicial y en la posición final. A esa función se la denomina ENERGÍA POTENCIAL. La fuerza gravitatoria es un ejemplo (no el único) de este tipo de fuerzas tan fundamentales en la física. Matemáticamente expresado, el trabajo realizado por estas fuerzas puede escribirse como (sin demostración, vista el curso pasado)

$$W = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

Esto es, el trabajo que realizan estas fuerzas se invierte en DISMINUIR la energía potencial. En su primera aproximación (y para la fuerza gravitatoria) la energía potencial gravitatoria debida a los cuerpos a pequeñas alturas, tiene de valor $U = mgh$, si previamente se ha señalado una referencia para "h". Veremos en otro tema cómo se altera esta ecuación.

Entendemos por **energía mecánica** como la suma de la energía potencial y cinética de un cuerpo, $E = U + E_c$. Recuerda que tanto trabajo mecánico, como energía son magnitudes escalares. Así, cuando un cuerpo está sometido a la acción de este tipo de fuerzas tan peculiares, **LA ENERGÍA MECÁNICA SE CONSERVA**, es decir que $E_i = E_f$. Por ello, a este tipo de fuerzas se las denomina FUERZAS CONSERVATIVAS precisamente por ello, porque hacen que bajo su acción la energía mecánica del sistema (aislado) se mantenga constante. Bajo su acción, como es fácil demostrar (ya se hizo el curso pasado) el trabajo total en un ciclo cerrado es nulo.

Evidentemente, las únicas fuerzas que actúan sobre los cuerpos NO son sólo fuerzas de este tipo, sino que hay otras (disipativas, p.e. rozamiento) para las que no se cumple el principio anterior, y exige una generalización. En estos casos donde las fuerzas que actúan sobre un cuerpo son conservativas y NO conservativas, el trabajo realizado por las fuerzas NO CONSERVATIVAS se invierte en variar la energía mecánica:

$$W_{nc} = \Delta E$$

Esto es tanto como decir que bajo la existencia de fuerzas NO conservativas, la Energía mecánica Inicial de un sistema se "reparte" en calor y en "energía mecánica final". En otros términos: la transferencia energética NO es íntegra de un sistema al otro, sino que existe una fracción más o menos importante de esa energía mecánica inicial que "se pierde" en calor. Precisamente la cuantía de ese calor viene dado por el valor del trabajo mecánico realizado por esas fuerzas NO conservativas.

PROBLEMAS DE REPASO DE SELECTIVIDAD.

1. Se lanza hacia arriba un bloque de 1 kg, a lo largo de la recta de máxima pendiente de un plano inclinado 30° con el plano horizontal. La rapidez inicial es 2 m/s y el coeficiente de rozamiento tiene de valor $\mu = 0,30$. Determinar: a) la distancia recorrida sobre el plano hasta que se detiene; b) la velocidad cuando se encuentra a la mitad de su recorrido; c) la energía "mecánica perdida" cuando ha llegado a dicho punto intermedio. Dato: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Solución: a) 0,269 m; b) 1,41 m/s; c) 0,342 J

2. Un cuerpo de 3 kg que descansa sobre el suelo se eleva verticalmente. Para ello se le aplica una fuerza vertical constante. A 40 metros del suelo su rapidez es 4 m/s; a) ¿cuál es el valor de esa fuerza?; b) ¿Qué trabajo realiza esta fuerza hasta que el cuerpo alcanza los 40 metros?

Solución: a) 30 N; b) 1200 Julios

3. Un disco de radio R gira con velocidad angular ω alrededor de un eje perpendicular a él que pasa por su centro. A) ¿Cómo varía el módulo de la velocidad de las partículas del disco en función de la distancia al eje de giro?; b) Si se duplica la velocidad angular, ¿cómo cambia la frecuencia del movimiento? ¿Y el período?

Solución: a) aumenta a medida que nos alejamos del centro; b) el período se reduce a la mitad y la frecuencia se duplica.

4. Un bloque de masa $m = 2 \text{ kg}$ se lanza con una rapidez de 6 m/s por una superficie horizontal rugosa, en donde el coeficiente de rozamiento es 0,2. Después de recorrer una distancia de 4 metros, choca con el extremo libre de un resorte, de masa despreciable y de constante elástica $k = 200 \text{ N/m}$, colocado horizontalmente y fijo por el otro extremo. Calcular: a) la compresión máxima del resorte y el trabajo total realizado en dicha compresión; b) la altura desde la que debería dejarse caer el bloque sobre el extremo del resorte, colocado verticalmente para que la compresión fuera la misma que en el apartado anterior. Dato $g = 10 \text{ m/s}^2$

Solución: a) 0,43 metros; b) 0,49 metros

5. Una partícula de 2 kg se mueve sobre una línea recta horizontal a 3 m/s. Una segunda partícula de 1 kg se mueve a 4 m/s en la misma dirección y sentido, de forma que colisionan. Tras la colisión ambas permanecen unidas. Una tercera partícula de 1,5 kg se mueve en sentido opuesto sobre la misma recta. A) Deducir la rapidez de la tercera partícula para que las tres partículas queden en reposo tras la segunda colisión. B) ¿Son elásticas las colisiones?

Solución: a) 6,67 m/s; b) No

6. Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota con una rapidez de 30 m/s; a) ¿Cuál es la velocidad y la posición de la pelota después de 2 s y de 4 s?; b) ¿Qué velocidad y aceleración tiene en el punto más alto de su trayectoria? Dato $g = 10 \text{ m/s}^2$

Solución: a) 10 m/s(hacia arriba) ; 40 m; 10 m/s(hacia abajo) ; 40 m; b) 0; 10 m/s^2

7. Un proyectil de 10 gramos de masa se mueve horizontalmente y en línea recta con una rapidez de 200 m/s y se incrusta en un bloque de 290 gramos de masa, inicialmente en reposo sobre una mesa sin rozamiento; a) ¿Cuál es la velocidad final del proyectil y del bloque?; b) Al cabo de 10 segundos, el conjunto proyectil-bloque choca contra un muelle y lo comprime 20 cm, ¿cuál es la constante elástica del muelle?; c) en el caso de que el bloque rozase con la mesa, con coeficiente de rozamiento dinámico de 0,02, ¿cuánto tiempo habría transcurrido hasta chocar con el muelle desde el momento del impacto con el proyectil?

Solución: a) 6,6 m/s; b) 333,3 N/m; c) 12,25 s.

8. Una papelera de 40 cm de altura se encuentra en un rincón de la habitación. Desde nuestro escritorio, situado a 3,0 metros de distancia lanzamos con la mano, situada a 1,40 metro del suelo, una bola e papel, con la intención de encestar limpiamente. ¿Con qué velocidad (rapidez) debemos lanzar la bola hacia la papelera si el ángulo de disparo es de 30° ?

Solución: 4,6 m/s

9. Un objeto se mueve con una velocidad $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$; calcula: a) la aceleración instantánea; b) la aceleración media entre los instantes 2 y 3 segundos; c) las aceleraciones tangencial y normal a los 2 segundos.

Solución: $2\mathbf{i}$, $2\mathbf{i}$, 1,25, 156 (SI)

10. ¿Qué velocidad angular debería tener la Tierra para que un objeto en el Ecuador no tenga peso? ¿Cuántas horas debería tener el día para ello? Datos: Radio de la Tierra $6,37 \cdot 10^6$ metros y tomar el valor de g igual a $9,8 \text{ ms}^{-2}$

Solución: a) $1,240 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$; b) 1,41 horas

11. ¿Qué velocidad inicial habría de tener un proyectil para lograr el mismo alcance que otro con mitad de masa, siendo iguales los ángulos de lanzamiento?

Solución: la misma velocidad inicial, pues el alcance no depende de la masa.

12. Un cuerpo de 4 kg de masa viene deslizando por una superficie horizontal que se continúa con otra superficie inclinada 30° con respecto a la horizontal. El coeficiente de rozamiento dinámico (cinético) entre el cuerpo y las superficies es 0,15. Cuando el cuerpo se encuentra a 3 metros del punto donde comienza el plano inclinado lleva una rapidez de 5 m/s. Se pide: a) módulo de la fuerza de rozamiento en el plano horizontal y en el plano inclinado; b) rapidez con que inicia el ascenso por el plano inclinado; c) altura máxima que alcanza.

Solución: a) 6 N; 5,2 N; b) 4 m/s; c) 0,635 m

13. Un bloque de 50 kg asciende una distancia de 6 metros por la superficie de un plano inclinado 37° respecto a la horizontal, aplicándole una fuerza de 490 N, paralela al plano. Siendo el coeficiente de rozamiento, calcular: a) la variación de energía cinética del bloque; b) la variación de su energía potencial ;c) el trabajo realizado contra la fuerza de rozamiento; d) ¿A qué tiene que corresponder la suma de los términos calculados en los apartados a, b y c?

Solución: a) 655,4 J; b) 1805,45 J; c) 479,16 J; d) a la energía comunicada por la fuerza F.

14. Un proyectil de 0,01 kg con una rapidez de 60 m/s en dirección horizontal, se incrusta en un bloque de 4 kg suspendido en un punto fijo mediante una cuerda de 1 metro de longitud. Calcular: a) altura a la que asciende el bloque tras el impacto; b) rapidez mínima del proyectil para que el bloque describa una circunferencia completa.

Solución: a) $1,12 \cdot 10^{-3}$ metros; b) 2835,5 m/s

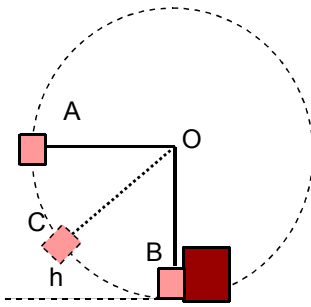
15. (JUNIO 2003) Un bloque de 0,2 kg inicialmente en reposo se deja deslizar por un plano inclinado 30° sobre la horizontal con rozamiento ($\mu = 0,2$). Tras recorrer 2 m queda unido al extremo libre de un resorte ($K = 200 \text{ Nm}^{-1}$) paralelo al plano y fijo al otro extremo. A) Diseñar en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando comienza el descenso e indique el valor de cada una de ellas; ¿con qué aceleración desciende el bloque?; B) Explicar los cambios de energía del bloque desde que inicia el descenso hasta que comprime el resorte, calculando la máxima compresión de éste.

16. Se deja caer un bloque de masa m, inicialmente en reposo, desde una altura h sobre un resorte sin masa apreciable, cuya constante recuperadora es k. Hallar la máxima distancia "y" que se comprimirá el resorte.

17. (JUNIO 1999) Un bloque de 5 kg desliza con velocidad constante por una superficie horizontal mientras se aplica una fuerza de 10 N, paralela a la superficie. A) Dibujar un esquema de todas las fuerzas que actúan sobre el bloque y explicar el balance trabajo-energía en un desplazamiento del bloque de 5 m; B) Dibujar en otro esquema las fuerzas que actuarían sobre el bloque si la fuerza que se le aplica fuera de 30 N en una dirección que forma 60° con la horizontal, e indicar el valor de cada fuerza. Calcular la variación de energía cinética en un desplazamiento de 0,5 m. Repetir las cuestiones para el caso de existir un coeficiente de rozamiento μ con la superficie de deslizamiento.

Para más problemas de repaso, pueden consultarse los del curso pasado en la dirección de la página web del Departamento.

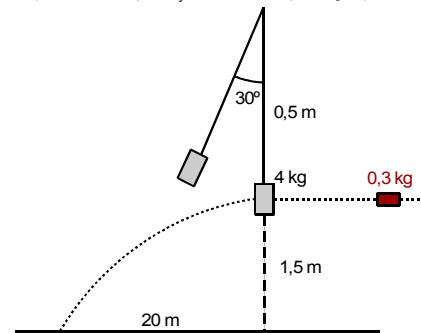
BOLETÍN 1
Tema 0



1. El péndulo simple de la figura consta de una masa puntual $m_1 = 20 \text{ kg}$, atada a una cuerda sin masa de longitud $1,5 \text{ m}$. Se deja caer desde la posición A. Al llegar al punto más bajo de su trayectoria, punto B, se produce un choque perfectamente elástico con otra masa $m_2 = 25 \text{ kg}$, que se encuentra en reposo en esa posición sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Como consecuencia del choque, la masa m_1 rebota hasta alcanzar la posición C a altura h del suelo. Determinar: a) La rapidez de m_1 al llegar a la posición B antes del choque y la tensión de la cuerda en ese instante. b) Las velocidades de m_1 y m_2 después del choque. c) La energía cinética que pierde m_1 en el choque. d) La altura h al que asciende la masa m_1 después del choque. (Tomar $g=9,8 \text{ m/s}^2$)

Solución: a) $5,4 \text{ ms}^{-1}$; b) $0,6$ y $4,82 \text{ ms}^{-1}$; c) 290 J ; d) $0,02 \text{ m}$

2. Una bala de masa $0,3 \text{ kg}$ y velocidad desconocida choca contra un saco de 4 kg suspendido de una cuerda de $0,5 \text{ m}$ de larga y en reposo. Después del choque el saco se eleva hasta que la cuerda hace un ángulo de 30° con la vertical, mientras tanto la bala describe una parábola, estando el punto de impacto a 20 m de distancia horizontal y $1,5 \text{ m}$ por debajo. Calcular: a) La rapidez del saco y de la bala inmediatamente después del choque; b) La rapidez de la bala antes del choque y la energía perdida en el mismo; c) La tensión de la cuerda cuando esta hace 10° con la vertical.



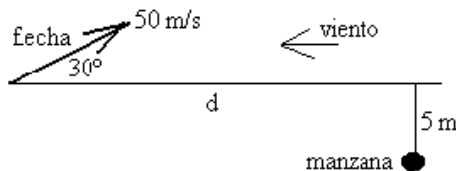
Solución: a) $1,14$ y $36,15 \text{ ms}^{-1}$; b) $51,4 \text{ ms}^{-1}$; $197,6 \text{ J}$ c) $47,92 \text{ N}$

3. Las agujas horaria y del minutero de un reloj coinciden exactamente a las 12:00 h en punto. ¿A qué hora volverán a coincidir?

Sol.: a las 13h 05 min 27,3 s

4. Un ascensor de 3 m de altura sube desde el reposo con una aceleración de 1 m/s^2 . Cuando se encuentra a una cierta altura se desprende la lámpara del techo. Calcular el tiempo que tarda en llegar al suelo del ascensor. Tomar g como $9,8 \text{ m/s}^2$.

Sol.: $0,71 \text{ s}$



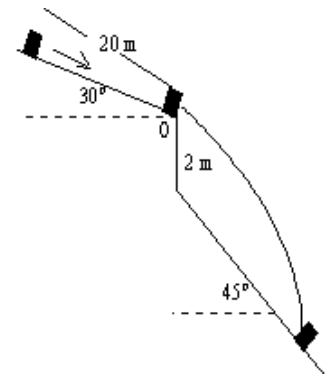
5. Nos encontramos en la antigua Suiza, donde Guillermo Tell va a intentar ensartar con una flecha una manzana dispuesta en la cabeza de su hijo a cierta distancia d del punto de disparo (la manzana está 5 m por debajo del punto de lanzamiento de la flecha). La flecha sale con una velocidad inicial de 50 m/s haciendo una inclinación de 30° con la horizontal y el viento produce una aceleración horizontal opuesta a su velocidad de 2 m/s^2 . Calcular la distancia horizontal d a la que deberá estar el hijo para que pueda ensartar la manzana. Hállese la altura máxima que alcanza la flecha medida desde el punto de lanzamiento. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

Sol. $201,23 \text{ m}$; $31,89 \text{ m}$

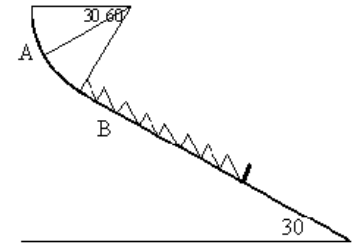
6. Un bloque de $0,5 \text{ kg}$ de masa comienza a descender por una pendiente inclinada 30° respecto de la horizontal ($\mu = 0,2$) hasta el vértice O en el que deja de tener contacto con el plano. A) Determinar la velocidad del bloque en dicha posición. B) Hallar el punto de impacto del cuerpo en el plano inclinado 45° , situado 2 m por debajo de O, tal como se indica en la figura; C) Hallar el tiempo de vuelo T del bloque (desde que abandona el plano inclinado hasta el punto de impacto).

Sol.: $11,43 \text{ m/s}$; ($11^\circ 65'$, $-13^\circ 65'$); $1,18 \text{ s}$

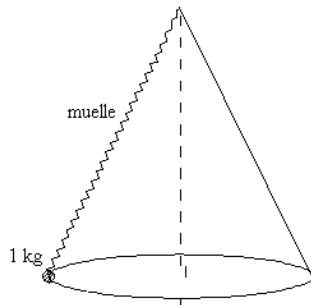
7. Un resorte vertical de constante $K=1000 \text{ N/m}$ sostiene un plato de 2 kg de masa. Desde 5 m de altura respecto al plato se deja caer un cuerpo de 4 kg que se adhiere a él. Calcular la máxima compresión del resorte.



8. Una pista de patinaje tiene la forma indicada en la figura. El primer tramo lo constituye un arco de 60° de una circunferencia de 30 m de radio. El segundo tramo discurre por un plano inclinado tangente a la circunferencia en el punto inferior del arco. En el tramo plano se coloca un muelle (parachoques) de constante $k = 40 \text{ N/m}$ cuyo extremo libre coincide exactamente con el final del tramo circular. Un patinador de 70 kg de masa se deja deslizar con velocidad inicial nula desde el extremo superior del primer tramo circular siendo detenido finalmente por la acción del resorte. A lo largo de la pista no hay rozamiento. Determinar: A) La reacción de la pista en A y B. El punto A hace un ángulo de 30° con la horizontal, y B es un punto del plano inclinado; B) La distancia que habrá comprimido el muelle cuando el patinador se detiene por completo.



Sol: 1029 y 594,1 N; 39,63 m

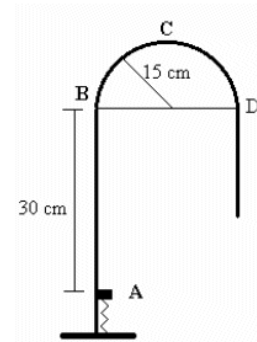


9. Enganchamos una partícula de 1 kg a un resorte de masa despreciable cuya longitud natural es de 48 cm y la constante recuperadora 10 N/cm. Lo hacemos girar como un péndulo cónico con una velocidad angular constante de 60 r.p.m. Calcular: a) El alargamiento del resorte; b) El ángulo que forma la altura del cono con la generatriz.

Sol.: 0,02 m; 60.2°

10. Un bloque de 200 g permanece en reposo en A cuando el muelle de constante 500 N/m está comprimido 7.5 cm. Se suelta el dispositivo de sujeción y el bloque recorre el camino ABCD sin rozamiento. Calcular: a) La velocidad del bloque cuando pasa por B, C y D; b) La reacción del raíl cuando pasa por el punto más alto, C.

Sol.: 2,86 m/s; 2,29 m/s; 2,86 m/s; 5 N



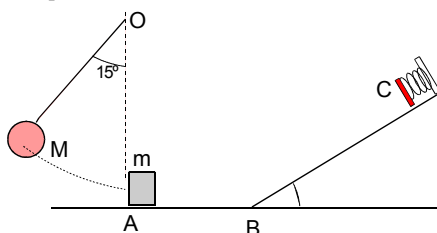
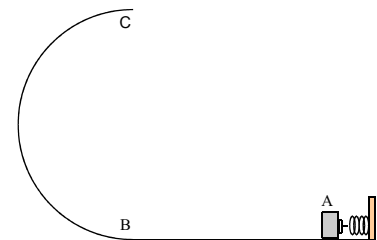
11. Un vagón que dispone de un contenedor abierto por la parte superior tiene una masa total de 1250 kg y se mueve a una velocidad de 30 km/h sobre una vía recta. En cierto momento comienza a llover y el contenedor se llena a razón de 5 L/min. A) ¿Con qué velocidad se moverá al cabo de una hora y media de incesante lluvia (se desprecia el rozamiento). B) Expresa la rapidez del vagón en función del tiempo.

Solución: a) 22 km/h

12. En un partido de pelota vasca, un pelotari golpea desde 20 metros una pelota de 200 gramos que sale despedida de su mano (a 1 metro sobre el suelo) formando un ángulo de 30° sobre la horizontal. La pelota golpea horizontalmente contra la pared y, tras rebotar, cae a 15 metros de ella. ¿Qué impulso ha ejercido la pared sobre la pelota?

Solución: 6,23 kg m/s

13. En la posición A de la figura, un objeto de 1 kg está comprimiendo 2 cm un muelle ($K = 520 \text{ N/cm}$) de modo que desde ahí se suelta y recorre el tramo rugoso AB de 30 cm de longitud ($\mu = 0,12$) para completar el tramo curvo y liso BC sin rozamiento (distancia BC = 0,6 m) al final del cual el cuerpo queda libre y escapa del circuito. Calcular a) ¿con qué rapidez llega el objeto al punto B?; b) ¿con qué rapidez llegará al punto C?; c) Una vez que sale de la pista por el punto C ¿cuál es la ecuación de la trayectoria que sigue el objeto hasta que llega al suelo?; d) ¿Qué tiempo empleó en caer al suelo desde C?



14. Un cuerpo de masa $M = 9 \text{ kg}$ forma parte de un péndulo que está sujeto al punto O de la figura. La longitud de la cuerda son 140 cm. Se lo separa 15° de la vertical y se lo suelta, de modo que en su punto más bajo de la trayectoria (punto A) impacta (sin que rebote y quedando en reposo) sobre otro cuerpo de masa $m = 1 \text{ kg}$ que se mueve hasta B con rozamiento ($\mu = 0,12$) y sube hasta C sin rozamiento, donde existe un muelle de constante $K = 770 \text{ N/m}$ con el que choca. Calcular cuánto se comprime el muelle si se sabe que el ángulo del plano es de 10° , la distancia BC son 4 m y $AB = 2,5 \text{ m}$. (Admitir que el choque Mm es perfectamente elástico)