· TEMA 2 ·

Interacción Eléctrica

"La ignorancia de las causas hace atribuir a los dioses el imperio de la Naturaleza"
(Lucrecio. "De rerum natura", libro VI)

Las interacciones en la Naturaleza pueden clasificarse en cuatro tipos: gravitatoria, electromagnética, nuclear fuerte y nuclear débil; de modo que todas las que se estudian obedecen, al fin y al cabo a algunos de estos tipos. Hasta no hace demasiado tiempo, las interacciones eléctricas y magnéticas se creían independientes, hasta que gracias a los trabajos de J. Clerck Maxwell y otros, se pudo demostrar que en el fondo "eran dos caras de la misma moneda". Hasta llegar en este curso a ese punto, es necesario –primeramente- estudiar las interacciones eléctricas y magnéticas por separado, para algo más adelante verlas en conjunto como interacción electromagnética.

El deseo de "unir todas las interacciones" de la Naturaleza en una sola (al estilo de lo que sucedió con la electricidad y el magnetismo) es el sueño de los físicos de hoy. Para investigar en esa dirección y encontrar lo que se ha dado en llamar la "**Teoría Unificada de Campos**", los científicos creen que en los primerísimos instantes de vida del Universo, todas las fuerzas que hoy se nos manifiestan debieron estar unidas en una sola, y que posteriormente "se separaron". La física de hoy ha sido capaz de estudiar lo que se cree que fue el Universo hasta los 10^{-43} segundos de vida (tiempo de Planck) pero es incapaz de estudiar lo que sucedió en el Universo para tiempos menores de vida que ese: la física a partir de ese instante tan extremadamente pequeño "no funciona", al menos tal y como la conocemos hoy. Es este un tema de investigación muy candente y apasionante en la actualidad.

Vamos a comenzar recordando brevemente algunos aspectos generales de la INTERACCIÓN ELÉCTRICA.

Al igual que la masa, la carga eléctrica es una propiedad más de la materia que no siempre se manifiesta. Tiene su origen en la estructura íntima de la materia: protones y electrones de los átomos que la forman, de modo que a igualdad de estas partículas en los átomos que forman la sustancia, no se muestra esta interacción. La que denominamos interacción eléctrica se caracteriza por ser una interacción a distancia, de doble naturaleza (atractiva o repulsiva) que la diferencia (entre otros factores más como veremos) de la interacción gravitatoria. Sólo se manifiesta entre cuerpos en los que NO se da la igualdad entre protones y electrones en los átomos que forman su estructura (se dice entonces que los cuerpos están cargados) de modo que cuerpos con "igual tipo de carga" se repelen, mientras que las de "signos contrarios" se atraen.

Es relativamente fácil "romper la igualdad protones/electrones" en ALGUNOS cuerpos, y por tanto "suministrarles carga". Evidentemente NO todos los cuerpos responden igualmente ante esos procesos, lo que los permite clasificarlos en cuerpos **CONDUCTORES y AISLANTES**. Por tanto, es requisito indispensable para que aparezca esta interacción, que los objetos (al menos uno de ellos) "pose carga eléctrica".

- La carga eléctrica es una propiedad fundamental de la materia, y está presente en cualquier porción de la misma.

- Existen dos tipos de cargas de propiedades opuestas que arbitrariamente se denominan positiva y negativa. La materia contiene generalmente el mismo número de unas que de otras, por lo que no manifiesta propiedades eléctricas. Al decir que un cuerpo está cargado, en realidad se quiere decir que contiene un exceso de uno de los dos signos.

- Los fenómenos de electrización por frotamiento evidencian la existencia de las cargas y de las acciones que tienen lugar entre ellas; en concreto, cargas del mismo signo se repelen y cargas de diferente signo se atraen.

- La unidad de carga en el S.I. es el culombio (C).

- La cantidad de carga total permanece invariable.

La electrización por frotamiento no se presenta en todos los cuerpos. Hay algunos, como los metales, en los que NO se aprecia, y esto nos permite clasificar las sustancias, como se ha dicho, en dos tipos: eléctricas (las electrizables por frotamiento) y no eléctricas. Actualmente esto se interpreta diciendo que los metales son conductores de la electricidad: al frotarlos, el exceso de carga circula fácilmente hasta nuestras manos, y por tanto se descargan con la misma facilidad con que se cargaron. Las sustancias que se electrizan por frotamiento NO SON conductoras y retienen el exceso de carga, impidiendo que ésta circule. En realidad, lo que ha sucedido ha sido un intercambio de electrones entre los materiales, con la diferencia de que en algunos, esos electrones pueden "circular" por el material.

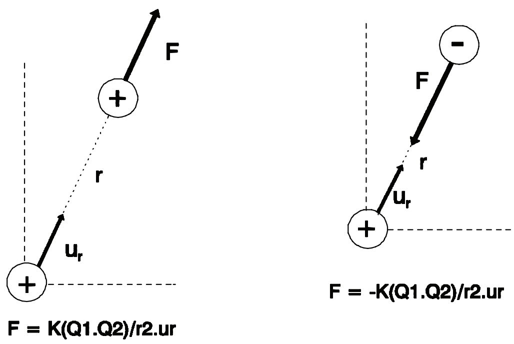
1. La ley de Coulomb.

Joseph Priestley (1773-1804), científico inglés emigrado a Norteamérica al haber sido perseguido en Inglaterra por sus ideas liberales, fue el primero en hacer una hipótesis mediante analogía con la ley de gravitación de Newton acerca de la relación existente entre las fuerzas que se ejercen dos cuerpos cargados eléctricamente y la distancia que los separa. Esta hipótesis consistió en suponer que la fuerza que se ejercen dos cuerpos cargados es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.

Aunque Priestley formuló la hipótesis, no la contrastó mediante ningún experimento. Esto lo hizo el francés **Charles Coulomb (1738-1806)** mediante un dispositivo conocido como balanza de torsión que él mismo inventó (ambos en la foto). Además de confirmar la hipótesis de Priestley, Coulomb demostró que **la fuerza eléctrica era directamente proporcional a la magnitud de las cargas**. Como no existía en su época ningún método para medir las cargas, tuvo que inventar una técnica para obtener cargas variables de valor relativo conocido.

Situando el Sistema de Referencia en una de las cargas, la ley de Coulomb puede expresarse matemáticamente como:

$$\vec{F} = K.\frac{Q_1.Q_2}{r^2}\vec{u}_r$$



siendo F la fuerza que actúa sobre la otra carga, u_r un vector unitario en la dirección de la línea que une ambas cargas, cuyo sentido es el que se indica en la figura, y K una constante de la que ahora hablaremos (Deduce su unidad en el S.I.)

Valor de la constante K.

En realidad, el valor de K depende de las características del medio en el que se encuentran las cargas. K es constante para un medio determinado, pero su valor varía al cambiar de medio. En la interacción eléctrica, el medio en que se hallan las cargas afecta al valor de la fuerza ejercida. Todo sucede como si el medio fuese realmente responsable de transmitir la interacción. Precisamente, en el vacío, el valor de K es, aproximadamente, el comentado anteriormente. Para cualquier otro medio material su valor es siempre menor. Esto supone que el medio material disminuye la interacción eléctrica entre cargas.

Con el fin de simplificar las expresiones, la constante K se expresa del siguiente modo:

$$K = \frac{1}{4.\pi.\varepsilon}$$

donde ε es una nueva constante denominada permitividad del medio.

Para el vacío, $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ $C^2/N.m^2$. Cualquier medio material ofrece una constante de permitividad mayor que la del vacío. Cuanto más alta es esa constante, menor es la fuerza que resulta de la interacción (¿Por qué?). Esto significa que el medio transmite la interacción menos eficazmente. De ahí el nombre de constante dieléctrica (no eléctrica).

Q1. Dos cargas eléctricas se encuentran separadas una cierta distancia. ¿A qué distancia habrá que colocarlas para que la fuerza entre ellas se reduzca a la cuarta parte?

El cociente de la fuerza con que se atraen gravitacionalmente dos protones, y la fuerza con que se repelen debido a su carga eléctrica, es crucial para la determinación de la estructura de las estrellas. El valor de este cociente da lugar a que exista un equilibrio de fuerzas dentro de las estrellas que hace que casi todas ellas, en cuanto a sus masas y luminosidades, se encuentren alejadas de los dos extremos que corresponden a las enanas rojas (frías, convectivas y pequeñas) y las gigantes azules (calientes, radiativas y grandes). Una ligerísima alteración en ese valor, por ejemplo, la que se produciría si la constante de la gravitación fuese distinta de la que es en sólo un 10^{-38} %, sería suficiente para que todas las estrellas tuvieran que ser gigantes azules o enanas rojas. No existirían estrellas como el Sol, ni ninguna forma de vida que dependa de estrellas del tipo solar para su sustento. Esto es, no estaríamos aquí para narrarlo.

2. CAMPO ELÉCTRICO. LÍNEAS DE FUERZA

La ley de Coulomb, cuya similitud con la ley de la gravitación de Newton es patente, presenta el mismo problema que presentaba aquélla: cómo explicar la acción a distancia.

Históricamente este problema se superó a partir de los estudios sobre los fenómenos eléctricos realizados por el autodidacta **M. Faraday**, utilizando, para ello, el concepto de campo eléctrico. Luego, se generalizaron sus conclusiones para la interacción gravitatoria. Por ello, introduciremos el campo eléctrico del mismo modo a como lo hicimos con el campo gravitatorio: supondremos que se dispone una carga Q, alrededor de la cual situamos, en diferentes lugares otra carga q de igual o de diferente signo que la anterior. Cada vez que situemos la carga q en una posición, aparecerá sobre ella una fuerza, atractiva o repulsiva (según los respectivos signos de las cargas) y cuyo valor viene dado por la ley de Coulomb.

Todo sucede como si la carga Q produjera en el espacio que la rodea una modificación que denominaremos Campo Eléctrico. El campo eléctrico hace que al situar allí otra carga, actúe sobre ella una fuerza **F**.

Definimos el campo eléctrico (o intensidad de campo eléctrico) creado por una carga Q, como la fuerza que se ejerce en cada punto sobre la unidad de carga positiva, q, al situarla en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

"No debemos confundir la carga (o cargas) que crean el campo con la carga testigo (o de prueba) que nos permite detectarlo"

Lógicamente, dependiendo del signo que posea Q, el sentido del campo eléctrico será uno u otro. Por ello, se dice que el campo eléctrico presenta "manantiales" y "sumideros".

Si conocemos el valor del campo en los distintos puntos del espacio, podemos olvidar la carga que lo produce y afirmar que al situar una carga q en un punto del espacio en donde el valor del campo es **E**, sobre ésta actuará la fuerza: **F** = q · **E**.

Tal y como ha sido definido, **el campo eléctrico es una magnitud vectorial**, cuyo módulo, dirección y sentido dependen únicamente de la posición que ocupan las cargas que crean el campo. Su unidad en el S.I. es el N/C.

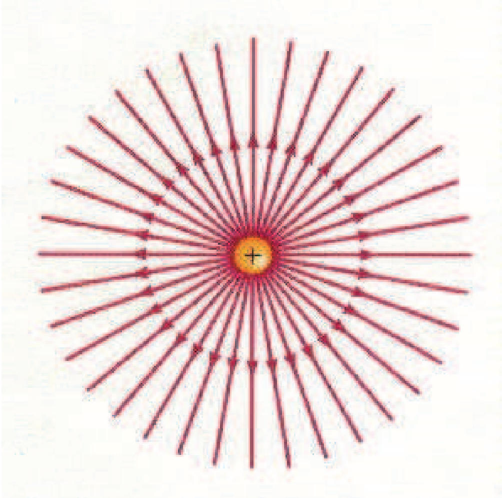
Q2. En los vértices de un cuadrado de 2 m de lado, situamos cuatro cargas de 3, -2, 1 y 5 mC. Calcula el valor del campo eléctrico en el centro del cuadrado y la fuerza que actuaría sobre una quinta carga de 4 mC que allí se depositara.

Al ser el campo eléctrico una magnitud vectorial, cabe la posibilidad de calcularlo cuando es producido por varias cargas. En tales situaciones, el campo eléctrico total, se obtendrá como suma vectorial de cada uno de los campos eléctricos individuales. (Principio de superposición)

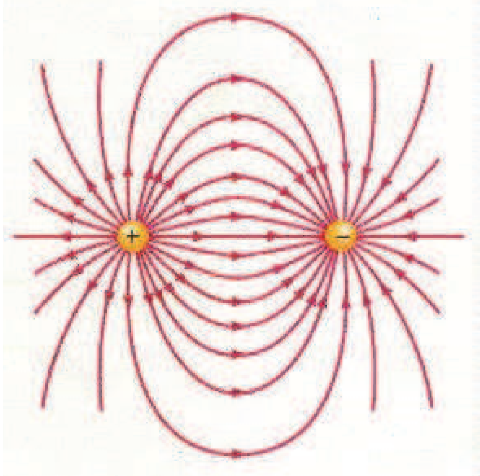
$$\vec{E}_T = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

1.1. Representación del campo eléctrico: líneas de fuerza.

Ya que alrededor de una carga eléctrica Q se crea un campo eléctrico, en cada punto del espacio de su entorno, la magnitud E tiene un valor que se debilita con la distancia. Por ello, más que representar multitud de vectores (uno para cada punto del espacio con un valor de campo eléctrico) es conveniente hacer uso de un artificio geométrico muy útil: las líneas de fuerza. Una línea de fuerza se dibuja de tal modo que en cada punto de la misma, el vector campo eléctrico sea tangente a ella.



De este modo, las líneas de fuerza que corresponden al campo eléctrico creado por cargas eléctricas puntuales, son radiales; esto es, "entrando" o "saliendo" de la carga, según el signo de la misma (manantiales y sumideros). Sin embargo, la situación más interesante se presenta en regiones del espacio en donde existen dos o más cargas eléctricas, (de igual o diferente signo) ya que entonces esas regiones del espacio se ven sometidas a la acción conjunta de los campos eléctricos individuales, y por lo tanto, de sus líneas de fuerza. La representación de tales líneas varía según la disposición, valor y signo de las cargas que crean el campo. Algunas situaciones simples son las que aparecen en la figura, en donde en cada punto de las líneas de fuerza (sólo se han representado algunas) el vector campo eléctrico es en ellos tangente.



Q3. ¿Hacia dónde se moverá una carga eléctrica negativa al abandonarla en una región en que el campo eléctrico apunta hacia el Norte? ¿Pueden cruzarse las líneas de fuerza en algún punto diferente a aquél en que se halla el cuerpo que crea el campo?

Q4. Una carga eléctrica que se mueve dirigiéndose al Norte, penetra en una región en la que existe un campo eléctrico uniforme dirigido hacia el Este. ¿Qué le sucede a la carga? ¿Y si fuera negativa?

1.2. Analogías y Diferencias entre el campo gravitatorio y el campo eléctrico

Al comparar las expresiones que nos permiten calcular el campo gravitatorio y el campo eléctrico a una distancia r del cuerpo que lo crea:

$$\vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r$$

$$\vec{E} = K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

encontramos una serie de analogías y de diferencias interesantes que se irán viendo conforme se progrese en el estudio de la Física.

Q.5 Se introduce una carga de 10^{-6} C en un campo eléctrico uniforme de 0,4 N/C. Si su masa es de 10^{-2} g, calcular la energía cinética a los 3 s.

Sin embargo, ya podemos señalar algunas.

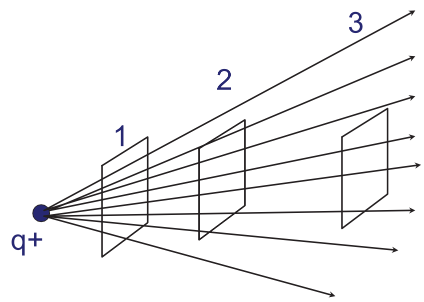
- En primer lugar, ambos campos resultan ser campos centrales, ya que su dirección es la de la línea que une un punto con el lugar donde se encuentra la carga o la masa que crea el campo. Asimismo, su valor es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que existe entre ambos.
- En segundo lugar, al ser G una constante universal, el campo gravitatorio creado por un cuerpo, es independiente del medio que rodea al cuerpo. En cambio, dado que la constante K varía de un medio

a otro, el campo eléctrico creado por un cuerpo toma distintos valores según el medio. En general, la presencia de un medio material debilita la interacción eléctrica, cosa que no sucede con la gravitatoria.

- En tercer lugar, como hemos visto, el campo gravitatorio que crea un cuerpo tiene siempre el mismo sentido, estando dirigido hacia el cuerpo que lo crea. En cambio, el campo eléctrico tiene sentidos distintos, según la carga que lo crea.
- El campo gravitatorio creado por una masa en movimiento no se altera por ese hecho. Sin embargo, como veremos, en el caso de cargas en movimiento, aparece una nueva interacción: la interacción magnética, además de la eléctrica.

😐😐😐 Entre dos placas planas paralelas hay un campo eléctrico de 10^4 N/C. Su longitud es de 5.10^{-2} m y la separación es de 2.10^{-2} m. En la dirección del eje se manda un electrón que penetra entre las dos placas con la velocidad de 10^7 m/seg. Calcular: A) Cuánto ha descendido el electrón cuando sale de las placas; B) Ángulo que forma con el eje la velocidad a la salida de las placas; C) Distancia por debajo del eje con que chocará contra una pantalla situada a 2.10^{-1} m del final de las placas. DATOS: masa electrón = $9,1.10^{-31}$ Kg; Carga del electrón $1,6.10^{-19}$ C. Despreciar efectos gravitatorios.

1.3. Complemento: Concepto de Flujo Eléctrico. Teorema de Gauss



Ya hemos deducido que el campo eléctrico se debilita con la distancia a la carga que lo produce. Lógicamente, en la misma medida el número de líneas de fuerza también se va haciendo menor.

Supongamos que disponemos de una carga positiva. El campo que crea a su alrededor sabemos que es radial. Si consideramos ahora una superficie de área constante S, situada a diferentes distancias de q+, se observa que esa superficie, en la región 1 es cruzada por mayor número de líneas de fuerza que en la región 2 y en ésta por mayor número que en la región 3.

Por lo tanto, "la densidad de líneas de fuerza" (número de líneas de fuerza por unidad de superficie) disminuye al alejarnos de la carga q+ que crea el campo. Igual sucede con el módulo del campo eléctrico.

Se puede afirmar, entonces, que el módulo del campo eléctrico en una cierta región del espacio es proporcional a la densidad de líneas de fuerza que hay en esa región: $E = \propto n/S$. Siguiendo este criterio, "cuanto más apretadas estén las líneas de fuerza en una región del espacio, más intenso será el campo eléctrico".

Una idea de gran importancia en el estudio de campos es la que se conoce con el nombre de flujo, que está relacionado con el número de líneas de fuerza que cruzan determinada zona del espacio.

En una región del espacio en la que existe un campo eléctrico determinado, se define el flujo del campo a través de una superficie S, como el producto escalar de los vectores campo y superficie:

$$\Phi = \vec{E}.\vec{S}$$
$$\Phi = E.S.\cos\alpha$$

Q.6. Una superficie de 20 cm2 forma un ángulo de 60º con la dirección de un campo eléctrico uniforme cuya intensidad es de 20 N/C. Calcular el flujo que atraviesa la superficie. ¿Qué unidad posee?.

Si analizamos la expresión del flujo, podremos concluir que la unidad en el S.I. deberá ser Voltio x metro (V.m)

El vector superficie, S, es un vector perpendicular a la superficie a la que representa y tiene por módulo el valor de ella misma. Su sentido, viene determinado por la parte convexa de la superficie. Si la superficie es cerrada, este vector superficie apunta hacia el exterior de la misma. El ángulo α es el que forman el vector campo con el de superficie.

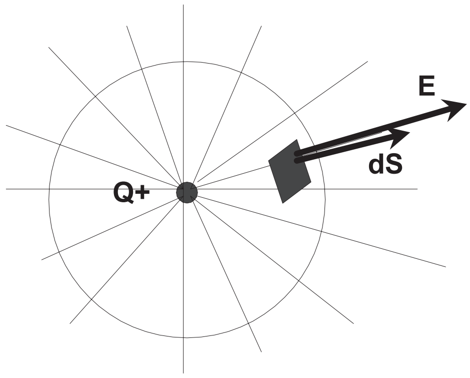
Si el campo no es uniforme y varía de un punto a otro, tendremos que recurrir a tomar áreas elementales (infinitesimales) de modo que, sobre ellas, la intensidad del campo permanezca constante. Evidentemente, el flujo que atraviese un área elemental, también será "elemental", con lo que escribiremos:

$$d\Phi = \vec{E}.d\vec{S}$$

Para calcular el flujo total a través de la superficie S habrá que hallar la suma de los infinitos flujos elementales, es decir, habrá que hallar la integral a través de toda la superficie:

$$\Phi = \int_S \vec{E}.d\vec{S} = \int_S E.dS.\cos\alpha$$

El significado del concepto flujo debe quedar ahora claro: Si el módulo del campo es proporcional a la densidad de líneas de fuerza, el producto escalar E · S ha de estar relacionado con el número de líneas de fuerza que cruzan la superficie, ya que si E $\propto$ n/x, entonces ese producto escalar E.S $\propto$ n. Por supuesto que este número depende de cómo se oriente la superficie en el interior del campo.



Supongamos ahora que una carga Q+ que crea un campo eléctrico a su alrededor, está encerrada en el interior de una superficie esférica de radio r.

Vamos a calcular el flujo que atraviesa dicha superficie.

Una superficie infinitesimal dS será siempre paralela al vector campo E, por lo que el flujo total a través de toda la esfera se obtendrá multiplicando el valor del campo eléctrico en cada punto por la superficie total de la misma. Si la esfera tiene un radio r, el campo en todos sus puntos tiene por módulo:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}$$

y como la superficie de la esfera es S = $4\pi r^2$, el flujo total a través de la esfera será:

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2} \bullet 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon}$$

Lo interesante de este resultado es que siempre es el mismo, aunque la superficie que encierre la carga NO sea una esfera, ya que siempre podemos imaginar una esfera interior a esa superficie, y dado que el flujo representa el número de líneas de fuerza, las mismas que cruzan la esfera, atravesarán la otra superficie.

De igual modo, el signo de la carga encerrada sólo cambiará la dirección de los vectores, pero no el resultado. Si en lugar de una carga hubiese varias en el interior, el resultado seguiría siendo el mismo, siendo ahora Q la suma de todas las cargas encerradas.

Q7. Determinar el valor del campo eléctrico creado por una esfera conductora cargada, en cualquier punto situado a una distancia r del centro de la esfera. Aplicar el teorema de Gauss.

Q8. Por analogía con el campo gravitatorio, demostrar que el flujo neto a través de una superficie esférica de radio R que encierra a una masa M vale $-4\pi GM$

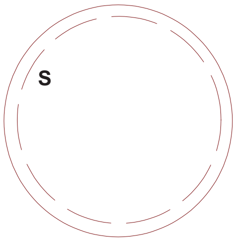
El resultado que acabamos de obtener es de gran importancia, y se utiliza mucho más que la ley de Coulomb. Ese resultado se conoce con el nombre de teorema de Gauss: "el flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga neta que existe en el interior de la superficie, dividido por la constante dieléctrica del medio". La máxima utilidad de este teorema se verá en estudios más profundos de Física, aunque podemos adelantar que es el mejor procedimiento para calcular campos eléctricos debidos a distribuciones continuas de carga eléctrica.

TEOREMA DE GAUSS:
"el flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga neta que existe en el interior de la superficie, dividido por la constante dieléctrica del medio".

1.4. AMPLIACIÓN: Algunas aplicaciones del teorema de Gauss

- Distribución de carga en los conductores.

Sea un conductor en equilibrio electrostático, es decir, con sus cargas en reposo. En estas condiciones, el campo eléctrico en el interior del conductor debe ser nulo, ya que de no serlo, las cargas no estarían en reposo, en contra de lo que se ha supuesto. Por tanto, el flujo que atraviesa de dentro a fuera una superficie gaussiana como la de la figura (a trazos) es nulo, por serlo la intensidad de campo en el interior. Por lo tanto:



$$\Phi = \int \vec{E}.d\vec{S} = 0 = \frac{q}{\varepsilon}$$

Por lo tanto, dentro del conductor no hay carga, pero ya que ésta no puede haber desaparecido, necesariamente debe estar sobre la superficie de dicho conductor. Esto obliga a definir una "densidad superficial de carga, $\sigma = Q/S$"

En los conductores de forma irregular, la carga tiende a acumularse en las zonas de mayor curvatura, sobre todo en las puntas, donde la concentración de cargas puede ser tan grande que la repulsión mutua entre ellas las haga saltar fuera del conductor. Todo conductor provisto de partes aguzadas se descarga rápidamente. Este fenómeno se conoce como "efecto punta".

El blindaje o protección electrostática se funda en el hecho de que la carga de un conductor se halla en la parte más externa de él. Cuando se desea proteger de cualquier perturbación electrostática externa un aparato delicado, basta rodearlo de una pantalla metálica conectada a tierra (jaula de Faraday). De este modo, el campo en el interior es siempre nulo, por muy intensos que sean los campos eléctricos externos.

- Intensidad de Campo producido por una esfera cargada.

El campo producido por una esfera cargada con una carga q en un punto exterior es el mismo que el creado por esa misma carga considerada puntual y situada en el centro de la esfera.

Para hallar la intensidad de campo en P, trazamos una superficie esférica gaussiana concéntrica con la esfera dada.

Por simetría, el campo creado por la esfera en todos los puntos situados a una distancia r debe ser constante y en dirección radial, es decir que $E \cdot S = E \cdot dS$. El flujo que pasa a través de esta segunda superficie esférica, vale, por el teorema de Gauss $\Phi = q/\varepsilon$.

Por otro lado

$$\Phi = \int \vec{E}.d\vec{S} = \int E.dS = E\int dS = E[S]_0^{4\pi r^2}$$

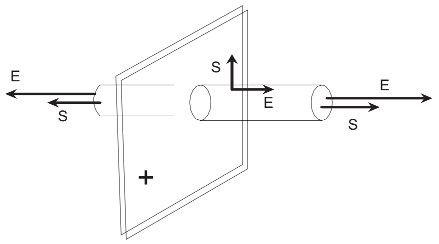
$$E.4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q}{r^2}$$

que era lo que se quería demostrar.

- Campo creado por una lámina conductora infinita, cargada uniformemente, en un punto P exterior a ella.

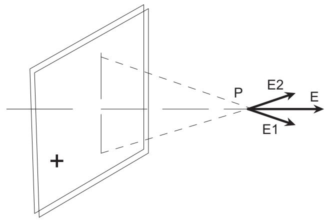
Una lámina cargada tiene distribuida uniformemente una determinada carga por ambas caras. En el interior no hay cargas, y por lo tanto el campo eléctrico en su interior es nulo. Si denominamos σ a la densidad de carga en una de sus caras, $\sigma = dq/dS$, la carga correspondiente a la superficie dS será:

$$dq = \sigma.dS$$



Para calcular el valor del campo eléctrico en el punto P, aplicamos el teorema de Gauss del siguiente modo: consideramos una superficie gausiana cilíndrica con área de base A y calculamos el flujo a través de esa superficie.

El campo en el punto P es radial. Esto es fácil de comprobar, ya que las partes del plano situadas por encima del cilindro verán compensado su efecto por las partes situadas por debajo de éste.



El flujo a través de las caras laterales del cilindro es nulo, por ser perpendicular el campo al vector superficie. Por lo tanto, deberemos calcular el flujo a través de las bases de área A.

El campo eléctrico toma el mismo valor en todos los puntos de la superficie, de modo que el flujo a través de UNA de las bases será:

$$\Phi = \int \vec{E}.d\vec{S} = E\int ds = E.A$$

De esta forma, el flujo total a través de la superficie será: $\Phi = 2 \cdot E \cdot A$, ya que el cilindro posee dos bases iguales. En virtud del teorema de Gauss, ha de ser igual a la carga encerrada dividida por ε. Esta carga es σ.A, por lo que:

$$2 \cdot E \cdot A = \sigma\, A/\varepsilon \Rightarrow E = \sigma/(2\varepsilon)$$

3. ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

Conviene ahora seguir nuestro estudio del campo eléctrico con lo relativo a los aspectos energéticos del mismo.

Lo mismo que sucede con el campo gravitatorio, **el campo eléctrico también es conservativo**. En efecto. Supongamos que acercamos una carga positiva a otra que también lo es. Para conseguirlo, es necesario realizar un trabajo externo realizado por nosotros. Este trabajo, no se pierde, ya que si una vez acercada la carga, la abandonamos, ésta regresa, de nuevo, a su posición original. Es decir, nuestro trabajo es devuelto por el campo. Por lo tanto, nuestro trabajo realizado CONTRA las fuerzas puede ser recuperado. Por ello, no habrá más que recordar lo visto para el campo gravitatorio y reemplazar las masas por cargas.

Para encontrar el valor de la energía potencial eléctrica comenzaremos determinando el trabajo que realizan las fuerzas del campo cuando una carga q se desplaza de un punto a otro del mismo.

Consideraremos una carga Q, fija, y sobre la que situaremos el sistema de referencia, de modo que, por comodidad, supondremos uno de sus ejes sobre la línea de unión entre Q y la carga q, situada a una distancia R1. El trabajo para mover esa carga q desde R1 a R2 vendrá dado por la expresión:

$$W = \int_{R_1}^{R_2} \vec{F}.d\vec{r} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q.q}{4\pi\varepsilon.r^2}dr = \left[-\frac{Q.q}{4\pi\varepsilon.r}\right]_{R_1}^{R_2} = \frac{Q.q}{4\pi\varepsilon.R_1} - \frac{Q.q}{4\pi\varepsilon.R_2}$$

Como se ve, esta expresión sólo depende de las posiciones R1 y R2 (inicial y final), y no de la trayectoria (como corresponde a las fuerzas conservativas). Por lo tanto, si recordamos que

$$W = -\Delta U = U(1) - U(2)$$

podremos concluir que la expresión de la energía potencial asociada a una carga q situada a una distancia r de la carga Q viene dada por la expresión:

$$U(r) = \frac{Q.q}{4\pi\varepsilon.r}$$

y su signo dependerá del signo de las cargas.

Como se deduce de la propia expresión de energía potencial, ésta será nula para una separación infinita, por lo que cabe interpretar la energía potencial como el trabajo que es necesario realizar para acercar hasta una distancia r a dos cargas que en un principio están infinitamente alejadas. Sin embargo, a propósito de esta misma expresión conviene aclarar algunos aspectos:

- Para acercar hasta una distancia r dos cargas de igual signo, se requiere que realicemos sobre ellas cierto trabajo. Este trabajo, no se pierde, sino que se almacena en forma de energía potencial y es devuelta por el sistema en cuanto quede libre. Si un sistema de cargas tiene una energía potencial positiva, significará que al dejarlo en libertad, evolucionará espontáneamente, separándose las cargas y disminuyendo al tiempo su energía potencial.

- Si por el contrario, las cargas son de diferente signo, para acercarlas hasta la distancia r no es preciso realizar trabajo, ya que el proceso es espontáneo y en él disminuye la energía del sistema (es cero en el infinito). Por tanto, el signo negativo de la energía potencial significa que debemos realizar un trabajo SOBRE el sistema para volver las cargas a su posición original. El sistema es incapaz, por sí mismo, de conseguirlo; se trata de un sistema ligado. Si dejamos en libertad el sistema, éste evolucionará de modo espontáneo, acercándose cada vez más las cargas.

3.1. Concepto de Potencial Eléctrico.

Al igual que se hizo con el campo gravitatorio, en el campo eléctrico conviene definir la magnitud Potencial.

De igual modo que una carga Q crea a su alrededor un campo eléctrico, podemos suponer que la presencia de Q permita que haya a su alrededor *una propiedad*, denominada potencial eléctrico, de tal forma que al situar en ese punto una carga q, ésta adquiera una energía potencial Ep tal que:

$$U = q \cdot V$$

donde V es el potencial eléctrico.

Igual que para el campo gravitatorio, definimos el potencial eléctrico en un punto, como la energía potencial por unidad de carga positiva de carga colocada en ese punto:

$$V = U(r) / q$$

Desde luego, el potencial ha de ser creado por alguna carga, o conjunto de ellas, pero una vez conocido el valor de V en cada punto, podremos olvidar la(s) carga(s) que lo origina. Ni que decir tiene que tanto el potencial eléctrico como la energía potencial, son magnitudes ESCALARES.

La unidad de potencial es el voltio (V) y equivale a J/C.

Siguiendo con el criterio de situar el origen de energía potencial en el infinito, el concepto de potencial adquiere un significado claro: el potencial en un punto es el trabajo necesario para trasladar la unidad de carga positiva desde el infinito hasta ese punto.

Recordando que $W = -\Delta U = U(1) - U(2)$, podemos reescribirlo como $W = q(V1 - V2)$ de modo que la diferencia de potencial entre los puntos P1 y P2 será

$$V1 - V2 = W/q \qquad \text{o bien} \qquad \Delta V = -W/q$$

De este modo podrá definirse la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos como el trabajo hecho por el campo eléctrico al mover una carga unitaria positiva de un punto a otro. Entonces, podemos obtener el potencial eléctrico en un punto midiendo el trabajo hecho por el campo eléctrico al mover una carga unitaria positiva desde ese punto a otro donde el potencial es cero, que como hemos visto, se escoge en el infinito. Esta es otra interpretación del potencial eléctrico y de la diferencia de potencial, usada con mucha frecuencia.

Precisamente por esta última expresión, y considerando una carga eléctrica fundamental (la del electrón) se define la unidad de energía denominada **electronvoltio, eV**. Un electronvoltio es igual al trabajo realizado sobre una carga elemental e cuando se la mueve a través de una diferencia de potencial de un voltio, es decir que

$$1\ \text{eV} = 1{,}609 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1\ \text{V} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

3.2. Potencial creado por cargas puntuales. Superficies Equipotenciales.

Si es Q la carga que crea a su alrededor el campo eléctrico y el potencial, bastará sustituir en la expresión de definición de V anteriormente dado los valores de U y q para ver con detalle el valor del potencial creado por esa carga Q a una cierta distancia r:

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon . r}$$

El signo del potencial será positivo o negativo según el signo de la carga que lo crea. Como en el campo gravitatorio, no debemos confundir la carga que crea el campo, Q, con la carga de prueba, q, que se usa para su estudio.

De la última expresión se deduce con facilidad que todos los puntos que se encuentran a igual distancia r de Q tendrán el mismo potencial. Tales puntos pertenecen a una superficie esférica de radio r con centro en Q. A tal superficie se la denomina **superficie equipotencial**.

Ya que el potencial es una magnitud escalar, si tenemos una agrupación discreta de cargas, el valor de aquél en un punto podrá obtenerse por suma algebraica de los potenciales individuales debidos a cada carga. Si la carga está repartida de forma continua en el espacio, dividiremos esa carga en infinitas cargas infinitesimales dq. El potencial producido en un punto P a una distancia r de dq será:

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{dq}{r}$$

el potencial total lo calcularemos sumando los potenciales debidos a cada una de las infinitas cargas dq, operación que realizaremos integrando la expresión anterior:

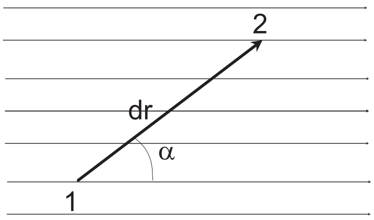
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int\frac{dq}{r}$$

Q9. En un vértice de un rectángulo de 3 y 4 cm de lado, se sitúa una carga de -20 pC y en los dos vértices contiguos, sendas cargas de 10 pC. Hallar el potencial eléctrico en el cuarto vértice.

Para una distribución discreta de cargas, bastará hacer

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{Q_i}{r_i}$$

3.3. Relación Campo-Potencial: una relación importante.



Las descripciones dadas del campo eléctrico y del potencial eléctrico son complementarias, ya que conocido uno de ellos, puede determinarse el otro. Ahora nos ocuparemos de tal relación.

Vamos a suponer que en cierta región del espacio hay un campo eléctrico uniforme paralelo al eje OX. Si deseamos trasladar una carga desde un punto 1 al otro 2, como se observa en la figura, el trabajo realizado por la fuerza eléctrica sobre la carga será:

$$W = \vec{F}.d\vec{r} = q.\vec{E}.d\vec{r} = q.E.dr.\cos\alpha$$

y este trabajo ha de ser: W = - ΔU = -q dV, con lo que

$$E.\cos\alpha\ dr = -dV \Rightarrow E.\cos\alpha = -dV/dr$$

La expresión anterior puede generalizarse para cualquier tipo de campo (uniforme o no), y escribir de modo general:

$$\vec{E}_r = -\frac{dV}{d\vec{r}}$$

"La componente del campo eléctrico en la dirección del desplazamiento puede obtenerse dividiendo el valor de la diferencia de potencial entre dos puntos por la distancia que los separa"

Si observamos, la última expresión también sugiere que el campo eléctrico puede medirse en V/m (Demostrar que es equivalente a N/C)

Lo anterior también implica que

- A. Si **no hay variación de potencial** en determinada dirección, la componente del campo en esa dirección es nula.
- B. Conocido el valor del potencial **en cada punto**, puede determinarse el valor del campo eléctrico. **El sentido de éste es hacia potenciales DECRECIENTES**, como indica el signo negativo de la ecuación.
- C. Si se conoce el valor del campo en cada punto, puede obtenerse el valor del potencial integrando.

Precisamente, unos puntos del espacio en los que no existe variación de potencial son las que hemos denominado SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES. Por ello, estas superficies equipotenciales, cumplen una serie de propiedades:

- Por un punto sólo pasa una superficie equipotencial: Si pasara más de una superficie equipotencial, el punto tendría que tener más de un potencial, lo cual es imposible ya que el potencial depende del punto considerado y es único.

- El trabajo para transportar una carga q_0 de un punto a otro de una superficie equipotencial, es nulo.

$$Wab = q_0(Vb - Va)$$

Por ser a y b puntos de una superficie equipotencial, $Vb = Va \Rightarrow Vb - Va = 0$ y por lo tanto:

$$Wab = q_0(Vb - Va) = q_0.0 = 0$$

- **Las líneas de fuerza son normales (perpendiculares) a las superficies equipotenciales**. Por lo tanto, los vectores intensidad de campo serán perpendiculares a las superficies equipotenciales. Si movemos una carga q0 sobre una superficie equipotencial, realizaremos un trabajo:

$$dW = q_0.E.dS.\cos\alpha$$

como $dW = 0 \Rightarrow q_0.E.dS.\cos\alpha = 0$, uno de los factores debe ser 0, y el único que puede serlo es cos α por lo que el ángulo deberá ser de 90º.

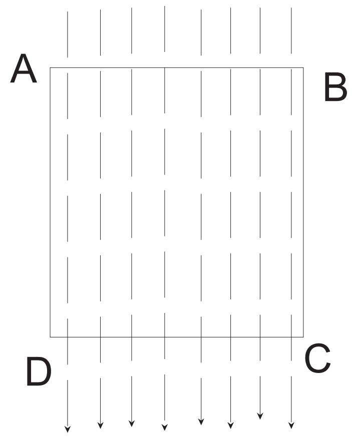
Q10. Calcula la diferencia de potencial que existe entre dos puntos situados en el interior de un campo eléctrico uniforme de 10 N/C, si están separados una distancia de 2 m y la línea que los une está orientada en la dirección del campo

Q11. Una carga puntual positiva de 10^{-9} C está situada en el origen de coordenadas, y otra puntual negativa de 2.10^{-8} C está en el punto (0,1) m. Determina a) el vector intensidad de campo en el punto A(2,0); b) el trabajo realizado por las fuerzas del campo para trasladar una carga de 3 C desde A(2,0) a B(2,4)

Q12. Tenemos un campo eléctrico uniforme dirigido verticalmente de abajo hacia arriba, cuya intensidad es de 10^4 N/C. A)Calcular la fuerza ejercida por ese campo sobre un electrón; B) Calcula la velocidad que adquirirá el electrón en el campo anterior cuando haya recorrido 1 cm partiendo del reposo. Buscar los datos de masa y carga del electrón.

Q13. Se tienen dos cargas eléctricas puntuales de +2 y -5 mC, colocadas a una distancia de 10 cm. Calcular el campo y el potencial en los siguientes puntos: a) a 20 cm de la carga positiva, tomados en la dirección recta que une a las cargas y en el sentido de la carga negativa a la positiva; b) A 20 cm de la negativa, contados en la misma dirección, pero de sentido contrario a la anterior. c) ¿En qué punto de dicha recta el potencial es nulo?

Q14. Determinar, en la figura, la ddp Vd - Vb y el trabajo necesario para mover una carga de 2 C desde el punto D al punto B. Intensidad del campo, 4 N/C. Longitud del lado, 20 cm.



PROBLEMAS.

DE SELECTIVIDAD

1. (JUNIO 2001). Dos partículas de 10 g se encuentran suspendidas por dos hilos de 30 cm desde un mismo punto. Si se les suministra a ambas partículas la misma carga, se separan de modo que los hilos forman entre sí un ángulo de 60º. A) Dibujar en un diagrama las fuerzas que actúan sobre las partículas y analice la energía del sistema en esa situación; B) Calcule el valor de la carga que se suministra a cada partícula.

2. Dos cargas puntuales iguales están separadas por una distancia d. a) ¿Es nulo el campo eléctrico total en algún punto?. Si es así, ¿cuál es la posición de dicho punto?. B) Repetir el apartado a) si las cargas fueran opuestas.

3. Una carga puntual Q crea un campo electrostático. Al trasladar una carga q desde un punto A al infinito, se realiza un trabajo de 5 J. Si se traslada desde el infinito a otro punto C, el trabajo es de -10 J. A)¿Qué trabajo se realiza al llevar la carga desde el punto C al punto A? ¿En qué propiedad del campo electrostático se basa la respuesta? B) Si q = -2C ¿cuánto vale el potencial en los puntos A y C? Si el punto C es el más próximo a la carga Q, ¿cuál es el signo de Q? ¿por qué?

4. En una experiencia similar a la de Rutherford, un protón se dirige directamente contra un núcleo de la lámina de oro con una rapidez de 10^6 m/s. ¿A qué distancia del núcleo se volverá? Datos: Masa protón: $1{,}67\cdot10^{-27}$ kg; carga del protón: $1{,}6\cdot10^{-19}$ C.; ε_0=8,85 10^{-12} C^2/Nm^2 (El número atómico del oro es 79)

Sol: $2{,}2\cdot10^{-11}$ metros.

Otros problemas...

5. Dos cargas negativas iguales de 1μC cada una se encuentran sobre una mesa horizontal separadas 20 cm. A 50 cm sobre la mesa y en la vertical del punto medio de la línea que une las dos cargas se coloca otra carga de 1μC cuya masa es de 1 gramo y se suelta. Determinar la velocidad con que llegará a la mesa.

Sol: 17,3m/s

6. La diferencia de potencial entre dos placas paralelas es de 100 V, la separación entre ellas es de 1 cm y su longitud es de 2 cm. Se lanza un haz de electrones con una rapidez de 107 m/s en dirección perpendicular al campo entre las placas. Determinar la desviación de la dirección del haz de electrones, a la salida de la zona entre las placas, respecto de la dirección de entrada de dicho haz (ángulo de deflexión del haz).

Sol: aprox 19º

7. ¿Qué relación debe haber entre la carga y la masa de dos partículas idénticas para que la atracción gravitatoria entre ellas se compense con la repulsión electrostática?

8. En cierta experiencia se colgaron dos esferitas conductoras de 120 mg cada una de dos hilos aislantes muy delgados, de 82 cm de longitud cada uno.. Cuando se suministró a cada esferita la misma carga se separaron y quedaron en equilibrio a una distancia de 10 cm entre sus centros; ¿cuál fue la carga comunicada a cada esferita?

9. Entre dos placas paralelas distantes 1 cm existe una diferencia de potencial de 100 V. Determinar la rapidez de un electrón liberado en la placa negativa: a) en el punto medio entre las placas; b) al llegar a la placa positiva.

Sol: a) 4200 km/s; b) 5900 km/s

10. Calcula la energía potencial eléctrica asociada a un pequeño cuerpo de 0,05 gramos de masa que porta una carga eléctrica de 10^{-6} C situado en el vacío a 20 cm de una segunda carga puntual fija de $-4\cdot10^{-6}$ C. Si la primera carga se libera, ¿qué rapidez llevará cuando se encuentre a 10 cm de la primera?

Sol: 85 m/s

11. En un sistema de ejes coordenados tenemos dos cargas puntuales fijas, una de ellas tiene un valor de 2 μC y está situada en el punto (0,0) m, la segunda de las cargas cuyo valor es -3μC se encuentra en el punto (4,0) m. Calcula el trabajo de la fuerza electrostática para trasladar una carga de -1 μC del punto A(0,2) al punto B(4,2).

Sol: $-1{,}244\cdot10^{-2}$ julios.

12. Un protón que parte del reposo se acelera en un ciclotrón hasta alcanzar la velocidad de $2{,}5\cdot10^{7}$ m/s, en un tiempo de 0,01 segundos. Determina la potencia media desarrollada por el acelerador en el proceso. (masa del protón: $1{,}67\cdot10^{-27}$ kg)

13. Entre dos placas planas y paralelas separadas 5 cm se establece una d.d.p. de 1500 voltios. Un protón se libera de la plaza positiva en el mismo instante en que un electrón se libera de la placa negativa. Determina:

a. La distancia de la placa positiva en la que se cruzan.

b. La velocidad y la energía cinética con la que llega cada uno de ellos a la respectiva placa opuesta.

(masa del electrón: $9{,}109\cdot10^{-31}$ kg; carga del electrón: $-1.6\cdot10^{-19}$ C; masa del protón: $1{,}672\cdot10^{-27}$ kg)

14. Dos cargas puntuales iguales están separadas por una distancia d. a) ¿Es nulo el campo eléctrico total en algún punto?. Si es así, ¿cuál es la posición de dicho punto?. B) Repetir el apartado a) si las cargas fueran opuestas.

15. Dos partículas de 10 gramos de masa y una carga Q cada una se suspenden de un punto común mediante dos hilos iguales de 50 cm de longitud cada uno. Se alcanza el equilibrio para un ángulo de 10º cada hilo con la vertical. Se pide:

a. Determina el valor de Q.

b. Calcula la tensión de la cuerda.

16. En los vértices de un cuadrado de lado 1 metro, se colocan cargas idénticas de valor 1, 2, 3 y 4 μC. Hallar el valor del campo eléctrico y el potencial en el centro del cuadrado.