1. MOVIMIENTO VIBRATORIO ARMÓNICO SIMPLE.

El m.a.s. debe ser estudiado como cualquier otro tipo de movimiento: como el movimiento rectilíneo uniforme, el rectilíneo uniformemente acelerado, el circular uniforme o el circular uniformemente acelerado. En todos esos casos, se trata del movimiento de una partícula que tiene una posición, rapidez, velocidad y aceleración determinada. El que sea clasificado como un tipo u otro de movimiento depende del tipo de trayectoria y/o de los valores de rapidez, dirección de la velocidad y aceleración.

Sin embargo, el movimiento ondulatorio no se refiere al movimiento de un cuerpo solo sino que es un modelo que se propone para explicar fenómenos muy dispares y en el que, en caso de que haya partículas moviéndose, no es una sino muchas y además, con unas características propias que le confieren unas propiedades que lo diferencian del movimiento de una partícula o cuerpo aislado.

¿Si el m.a.s. no es un movimiento ondulatorio, por qué los estudiamos juntos?

En primer lugar, porque en muchas ocasiones los movimientos ondulatorios tienen su origen en un m.a.s., de forma que conviene conocer como es el movimiento del foco de la onda para poder estudiar el movimiento de los otros puntos que constituyen la onda. En segundo lugar porque dada la importancia, conviene recordar las características principales de este tipo de movimiento.

2. CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE.

Vamos a hacer un estudio cinemático y dinámico de este tipo de movimiento (m.a.s.). El movimiento armónico simple es un movimiento periódico, es decir, un movimiento que se repite cada cierto intervalo de tiempo. El tiempo necesario para que se produzca cada repetición se llama período. Ejemplos de movimientos periódicos hay muchos entre los que podemos señalar: el de la Tierra alrededor del Sol, el de cualquier figura de un tiovivo, el de un niño o niña que salta la comba rítmicamente, o las oscilaciones de los átomos en una molécula.

P.1.- Antes de comenzar el estudio cuantitativo del m.a.s. vamos a realizar un análisis cualitativo del movimiento de un péndulo, ejemplo representativo de m.a.s. a) ¿Cómo será la trayectoria del péndulo? Haz un dibujo que la represente. b) ¿Cómo será la posición a lo largo del tiempo? Haz una representación gráfica de la posición frente al tiempo. c) ¿Cómo varía la rapidez frente al tiempo? Haz una representación gráfica de *v-t.*

Como todo movimiento, el de un péndulo puede describirse utilizando las magnitudes cinemáticas: posición, rapidez, aceleración, etc. Pero en este caso, hay además otras magnitudes que son características del movimiento periódico y que interesa conocer. Las describiremos asociándolas con otro ejemplo de m.a.s. como es el de un cuerpo que está unido al extremo de un muelle.

La posición que ocupa el cuerpo cuando el muelle está con su longitud natural (cuando no está sometido a tensión), se le llama posición de equilibrio. En esa posición el muelle no ejerce fuerza sobre el cuerpo.

Si separamos al cuerpo de su posición de equilibrio y lo dejamos libre, comenzará a oscilar moviéndose a un lado y otro de la posición de equilibrio indefinidamente. En la práctica, el cuerpo se detendrá progresivamente debido a las fuerzas de rozamiento.

Amplitud (A): es la distancia que hay desde el punto de máxima separación a la posición de equilibrio. En el S.I. se mide en metros.

Elongación (x *ó y):* es la distancia que hay desde el punto donde se encuentra el cuerpo en un momento determinado a la posición de equilibrio. En el S.I. se mide en metros.

Período (T): tiempo que tarda el cuerpo en describir una oscilación completa, es decir, el tiempo que tarda en pasar el móvil dos veces por el mismo punto moviéndose en el mismo sentido. En el S.I. se mide en segundos.

Frecuencia (f): es el número de oscilaciones que describe el cuerpo en la unidad de tiempo. En el S.I. se mide en oscilaciones en cada segundo y a esa unidad se le llama hertzio (Hz).

Podemos observar en las definiciones del período y de la frecuencia que una magnitud es inversa de la otra. Por tanto escribiremos:

$$T = \frac{1}{f}$$

Los movimientos del péndulo, para pequeñas oscilaciones, o el del extremo de un muelle al estirarlo o comprimirlo y dejarlo libre, son ejemplos de m.a.s. En todos. los casos que un movimiento se pueda clasificar como m.a.s. debe cumplir que la ecuación que da la posición en cada instante tenga la forma:

$$x = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi_0)$$

Al argumento ($\omega t + \phi_0$) se le llama fase del m.a.s.

ϕ_0, es la fase inicial, es decir, el valor que tiene la fase cuando t = 0.

ω recibe el nombre de pulsación, es una constante propia de cada m.a.s. que está relacionada con la frecuencia del mismo:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

El cuerpo pasa dos veces sucesivas por el mismo punto con el mismo sentido cuando la diferencia entre las fases es **2π: (** $\omega t_2 + \phi_0$) - **(** $\omega t_1 + \phi_0$) = 2π; $\omega (t_2 - t_1) = 2\pi$. Dado que el tiempo que transcurre desde que el móvil se encuentra en una posición hasta que vuelve a pasar por la misma posición con el mismo sentido es lo que hemos llamado período T

$$\omega T = 2\pi$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

P.2. El movimiento de un pistón de un motor es aproximadamente un m.a.s. Supongamos que tiene una amplitud de 12 cm y realiza 3000 oscilaciones completas en 1 minuto. Si el movimiento se inicia desde la posición de equilibrio: a) escribe la ecuación que representa la elongación en cada instante; b) calcula la posición del pistón cuando t= 2,18 s.

En todos los ejercicios relativos al m.a.s. y al movimiento ondulatorio, hay que tener en cuenta que el argumento de la función seno o de la función coseno está expresado en radianes. Así pues, para calcular el seno o el coseno hay que pasarlo previamente a grados o utilizar una calculadora electrónica que permita el cálculo de forma directa.

P.3. Un cuerpo realiza un movimiento armónico simple, existiendo entre las posiciones extremas del mismo una distancia de 10 cm y realizando 20 oscilaciones en un tiempo de 4 s. Al comenzar a contar el tiempo el cuerpo pasaba por la posición de equilibrio. Escribe la ecuación de la posición en función del tiempo para este m.a.s. y calcula la posición 20,32 s después de empezar a contar el tiempo.

P.4. Un cuerpo realiza un m.a.s. de forma que la distancia entre la posición de equilibrio y el punto de máxima separación es de 20 cm. Tarda 2 segundos en dar una oscilación completa y, cuando se comenzó a contar el tiempo, el cuerpo estaba en la posición de máxima separación. Escribe la ecuación de la posición en función del tiempo para ese m.a.s. y calcula la posición 4,2 s después de empezar a contar el tiempo.

P.5. A partir de la ecuación de la posición en función del tiempo para un movimiento armónico simple, escribe las ecuaciones que nos permitan calcular la velocidad y la aceleración en cualquier momento.

P.6. La Ecuación de la posición en un m.a.s. es $y=0{,}12$ sen $100\ \pi t$. a) Escribe las ecuaciones de la velocidad y la aceleración en función del tiempo. b) Calcula la velocidad y la aceleración 2,183 s después de empezar a contar el tiempo.

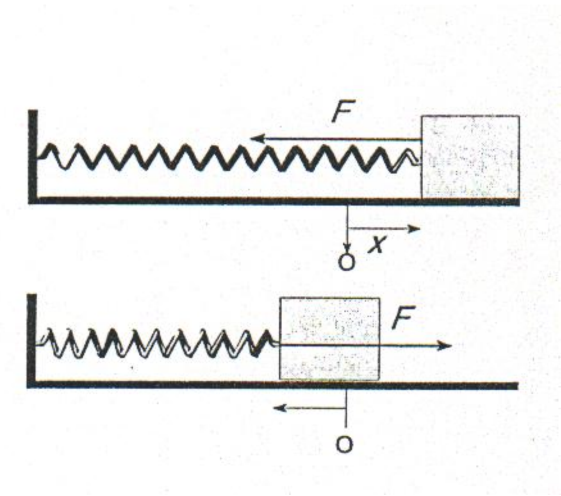
P.7. Dada la ecuación $x = 0{,}1$ sen2t (x en m y t en s), calcula la amplitud, el período, la frecuencia y la pulsación del movimiento, así como las ecuaciones de la velocidad y la aceleración en función del tiempo.

P.8. a) ¿En qué posiciones es máxima la elongación?, ¿Para qué valores de la fase se alcanza? b) ¿En qué posiciones es máxima la velocidad?, ¿Para qué valores de la fase se alcanza? c) ¿En qué posiciones es máxima la aceleración?, ¿Para qué valores de la fase se alcanza? d) Cuando la velocidad es máxima, ¿cómo son la elongación y la aceleración?

P.9. Una partícula vibra con un m.a.s. de amplitud 4 cm y una frecuencia de 20 Hz. Calcula la posición y velocidad en el instante t = 5 s, sabiendo que en $t = 0$ la partícula está en el punto de equilibrio.

P.10. La ecuación de un movimiento armónico simple es $x = 0{,}3 \cos(10t+\pi/3)$. ¿Es posible esa ecuación? Indica el período y la fase inicial del m.a.s. Escribe la ecuación de la posición en función del tiempo utilizando la función seno.

3. DINÁMICA DEL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE.



Un muelle que se ha acortado o se ha alargado respecto a su longitud normal, ejerce una fuerza sobre el cuerpo que está unido a él cuyo valor es proporcional a la variación de longitud que se le haya provocado. Esa fuerza, a la que se llama recuperadora, viene definida por la ley de Hooke;

$$F = -Kx$$

k es la constante elástica, que depende de la naturaleza del muelle, y x la elongación, que coincide con el alargamiento o acortamiento del muelle respecto a su longitud de equilibrio. El signo negativo responde al hecho de que el sentido de la fuerza recuperadora es siempre opuesto al del desplazamiento.

En el caso del muelle representado en el dibujo, la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo que está oscilando es precisamente la que da la ley de Hooke. Como en todos los casos, debe cumplirse la 2ª ley de la dinámica, por lo que podremos escribir:

$$\sum F = ma = -Kx$$

$$a = -\frac{K}{m}x$$

Comparando con la ecuación obtenida para la aceleración en el m.a.s: $a = -\omega^2 x$ podemos obtener la pulsación en función de las características del muelle o de un sistema oscilante en general:

$$\omega^2 = \frac{K}{m}$$

ω^2 es la llamada constante armónica.

P.11. Un cuerpo de 4 kg. está unido al extremo de un muelle cuya constante elástica es de 10.000 N/m. Calcula la frecuencia del m.a.s. que se produce al separar el cuerpo 10 cm de su posición de equilibrio. ¿Cambiaría la frecuencia si se separa el cuerpo 5 cm de la posición de equilibrio en lugar de los 10 cm? ¿Cómo se podría cambiar la frecuencia utilizando el mismo muelle?

P.12. Un cuerpo de 100 g se cuelga de un muelle y le produce un alargamiento de 5 cm. A continuación se separa al cuerpo 10 cm de la posición de equilibrio y se suelta comenzando a contar el tiempo en ese momento. Calcula la posición del cuerpo 3,2 segundos después de haberlo soltado ($g = 10$ m/s^2).

4. ENERGÍA EN EL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE.

Un cuerpo que oscila unido al extremo de un muelle tiene energía cinética (ya que tiene una velocidad) y energía potencial elástica (dado que para estirar o comprimir al muelle se necesita darle energía). Además tendrá una determinada energía potencial gravitatoria, así como energía interna, pero no tendremos en cuenta esas energías pues sus valores no cambian.

Sí suponemos al sistema aislado, es decir que ni le darnos energía ni el sistema pierde energía por rozamiento o por cualquier otra causa, la cantidad total de energía que tendrá el sistema será constante. Eso es lo mismo que decir que la suma de la energía cinética y de la energía potencial elástica será constante.

La Energía Potencial Elástica se puede calcular como el trabajo realizado por la fuerza elástica del muelle.

$$E_P = W = \int_A^B \vec{F}d\vec{x} = \int_A^B Kxdx = \left.\frac{1}{2}Kx^2\right]_A^B$$

Lo que es constante es la suma de las dos energías, no cada una de ellas por separado. Efectivamente, la energía cinética varía desde un valor máximo cuando pasa por la posición de equilibrio (donde la velocidad es máxima) a un valor nulo cuando se encuentra en las posiciones de máxima separación de la posición de equilibrio (puntos en los que la velocidad es nula); por el contrario, la energía potencial elástica es máxima cuando el cuerpo está en la posición más separada y nula cuando pasa por la posición de equilibrio.

La energía total del sistema oscilante, es decir, la suma de la energía cinética y potencial elástica, es un valor constante que coincide con el valor máximo de la energía cinética y con el valor máximo de la energía potencial elástica (que son iguales).

$$E_{total} = E_{pot.max} = \frac{1}{2}KA^2 = E_{cin.\text{máx}} = \frac{1}{2}m(v_{máz})^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = 2\pi^2 mf^2 A^2$$

Las ecuaciones anteriores son válidas no sólo para el caso de un muelle sino que también pueden aplicarse a un péndulo y, en general, a cualquier movimiento armónico simple.

P.13 Un muelle oscila con una frecuencia de 8 Hz y una amplitud de 12 cm cuando de él hay colgado un cuerpo de 2 Kg. Sabemos que cuando se comenzó a contar el tiempo se encontraba a 6 cm de la posición de equilibrio, en el sentido que hemos considerado positivo. Calcula: a) La pulsación y la constante armónica. b) La constante elástica del muelle. c) La ecuación del m.a.s. d) La energía total, cinética y potencial elástica del sistema cuando el cuerpo está a 7 cm de la posición de equilibrio.

P.14. Si se duplica la frecuencia de un movimiento armónico simple ¿qué le pasa a la energía? ¿Y si se duplica la amplitud? ¿Si se duplica la masa del cuerpo colocada en el extremo del muelle sin que cambie la amplitud, que le ocurrirá a la energía .

P.15. Un cuerpo de 0,5 kg. describe un m.a.s. de 10 cm de amplitud realizando dos oscilaciones completas cada segundo. Calcula: a) La elongación 1/12 segundos después de pasar por el punto de máxima separación respecto a la posición de equilibrio. b) La energía total del cuerpo cuando pasa por la posición de equilibrio. c) ¿Cuál será la energía total cuando pasa por un punto colocado a 5 cm de la posición de equilibrio?

P.16. Un péndulo cuya lenteja es de 200 g y la longitud del hilo de 1 m se separa 5 cm de la posición de equilibrio soltándolo a continuación. Calcúlese la velocidad de la lenteja 2 s después de dejarlo en libertad, y la energía cinética y potencial en ese instante. (g = 10 m/s)

5. CONCEPTO DE ONDA.

Uno de los objetivos de la ciencia es la explicación del mayor número de fenómenos con el mínimo número de teorías. Un gran número de fenómenos diferentes como: la propagación del sonido, la radiación de luz y calor, las olas en el agua, la propagación de energía en los terremotos, las emisiones de radio y televisión, los rayos X, etc., pueden estudiarse con la ayuda de un mismo aparato matemático y de una serie de conceptos aplicables a todos los fenómenos.

Se ha desarrollado **un modelo,** cuyos aspectos básicos estudiaremos en est e tema, que permite la explicación de un conjunto de fenómenos muy extenso. Cuando hablamos de ondas nos referimos a algunos de los fenómenos que se explican con este modelo; así pues, las ondas no son algo diferente de la materia, algo con existencia propia y diferenciada, sino que son el modelo que utilizamos para explicar el comportamiento de la materia en unos determinados fenómenos.

¿Qué tienen de común entre sí todos esos fenómenos?

Todo movimiento ondulatorio consiste en la propagación por el espacio de la energía y de, la cantidad de movimiento de las perturbaciones producidas en un punto sin que haya transporte neto de materia.

En todos los casos, la perturbación se produce en un punto, que se llama **foco** de la misma, y esa perturbación se propaga por el espacio. El origen de la perturbación puede ser variado: deformaciones elásticas de un medio (compresión y expansión de un muelle, compresión y expansión de la tierra para producir ondas sísmicas), variaciones de presión (como las que dan origen a los sonidos), variaciones de campos eléctricos y magnéticos (que son las ondas luminosas), etc. En todos los casos hay propagación de energía y de cantidad de movimiento sin transporte neto de materia.

5.1. CLASIFICACIÓN DE LAS ONDAS

Se pueden utilizar varios criterios diferentes para clasificar a las ondas. Una primera clasificación puede hacerse atendiendo al tipo de medio en el que pueden propasarse:

a) **Ondas electromagnéticas:** se transmiten en ciertos materiales y también en el vacío (la luz se propaga en el aire, agua, vidrio, etc. pero también se propaga en el vacío, como ocurre con la luz de las estrellas).

b) **Ondas mecánicas:** sólo se transmiten en los medios materiales. Éstas las trataremos en esta unidad, dejando el estudio de las ondas electromagnéticas para otra unidad posterior.

Otro criterio para clasificar a las ondas, es atender a la relación entre las direcciones de la perturbación producida y la de propagación de la onda.

a) **Onda transversal:** es aquella en la que la dirección de propagación es perpendicular a la dirección de la perturbación. Un ejemplo puede ser la propagación horizontal de una onda en una cuerda a la que se agita verticalmente. Las ondas electromagnéticas también son transversales.

b) **Onda longitudinal:** es aquella en la que la dirección de propagación tiene la misma dirección que la de la perturbación producida. Ejemplos pueden ser el sonido o el de un muelle que se comprime longitudinalmente.

Las ondas longitudinales pueden propagarse en medios sólidos, líquidos o gaseosos. Las ondas transversales sólo pueden hacerlo en medios sólidos, ya que es necesario que existan fuerzas de suficiente intensidad entre partículas vecinas para que la propagación transversal pueda darse.

Una de las pruebas de que el interior de la Tierra debe estar en estado líquido es que a su través sólo se propagan ondas longitudinales y no transversales. Como sabes, hay ondas sísmicas de dos clases, unas llamadas ondas P que son longitudinales y otras denominadas ondas S que son transversales. Cuando ocurre un terremoto en un lugar de la Tierra, se detectan ondas longitudinales en las antípodas, de ese lugar pero nunca ondas transversales. Estas no pueden atravesar el centro de la Tierra, por lo que se llega a la conclusión de que el interior de la Tierra no debe estar sólido.

Aún podríamos hacer otra clasificación según la forma de avance de la onda. Sí un foco produce una onda y al cabo de un tiempo determinado unimos todos los puntos alcanzados por la perturbación se obtiene una figura llamada **frente de ondas.** Según su forma podemos hablar de ondas circulares, esféricas, planas, etc. Así, las ondas producidas al lanzar una piedra a una piscina son circulares, mientras que el sonido da lugar a ondas **esféricas** ya que se transmiten en todas las direcciones del espacio.

5.2. MAGNITUDES ÚTILES PARA DESCRIBIR LAS ONDAS

Una ventaja del modelo ondulatorio es poder aplicar el mismo formalismo matemático a fenómenos muy diferentes. Esto permite que podamos hacer los razonamientos con ayuda de un caso particular especialmente sencillo y luego generalizar los resultados obtenidos a otras situaciones menos intuitivas. Utilizaremos como caso particular la propagación de una perturbación a lo largo de una cuerda, ejemplo simple pues la propagación se hace en una sola dimensión, siendo la perturbación perpendicular a la dirección de propagación. Con objeto de utilizar siempre la misma notación, la propagación supondremos que ocurre siempre en la dirección del eje X, mientras que la perturbación de las partículas del medio tiene la dirección del eje Y.

Si al extremo de una cuerda le damos una sacudida, que consiste en separarlo una determinada distancia de su posición de equilibrio y volverlo a la misma, se propaga a lo largo de la cuerda una perturbación que llamamos **pulso.** Si se repite periódicamente la. sacudida, se propagarán por la cuerda un conjunto de pulsos, que constituyen un **tren de ondas** periódico. En general, la mayor parte de los fenómenos pueden ser descritos como trenes de ondas, pero por comodidad nos referimos a ellos como ondas. Los trenes de ondas periódicos, se pueden caracterizar por las siguientes magnitudes:

Amplitud (A) es la máxima distancia de cualquier punto de la cuerda respecto a su posición de equilibrio. De forma general, la amplitud es el valor máximo de la magnitud cuya propagación constituye la onda.

Velocidad (v) con la que se propaga la perturbación a lo largo del espacio. En el caso de la onda en una cuerda la velocidad se refiere a la distancia recorrida por un pulso en la unidad de tiempo. No es lo mismo que la velocidad con la que se mueve el punto.

Período (T) de la onda es el tiempo que tarda en generarse un pulso completo. También podemos, decir que es el tiempo que tarda un punto cualquiera de la cuerda en realizar una oscilación completa.

Frecuencia (f) es el número de pulsos producidos en cada unidad de tiempo. De acuerdo con su definición es igual a la inversa del período.

Longitud de onda (λ) es la distancia que existe entre dos pulsos sucesivos. Si suponemos que la producción de pulsos es continua, la longitud de onda será también la distancia recorrida por la onda mientras que se genera un pulso, es decir la distancia recorrida por la onda en un tiempo igual a un período.

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

Los valores de las magnitudes anteriores, período o frecuencia, longitud de onda y amplitud miden características perfectamente observables de las ondas. Veamos algunos ejemplos:

Si producimos ondas en una cuerda, la frecuencia se corresponde con el número de oscilaciones que realizarnos por segundo en el extremo de la cuerda, mientras que la amplitud se corresponde con el desplazamiento que realizarnos en ese extremo.

Si nos referimos al sonido, la frecuencia nos informa del tono del mismo y la amplitud de la intensidad. Un sonido de alta frecuencia (p.e. 8.000 Hz) es un sonido agudo, mientras que un sonido de baja frecuencia (ej. 400 Hz) es un sonido grave. La amplitud de la oscilación, que en el caso del sonido se trata de una variación de la presión del aire, se relaciona con la intensidad del sonido. Para un sonido bastante fuerte la variación de presión máxima es del orden de +0,002 atm respecto a la presión atmosférica normal. En el aire, las longitudes de onda del sonido van desde los 2 mm en los más agudos hasta los 10 metros en los sonidos más graves,

Si nos referimos a la luz, la frecuencia nos informa del color de la misma: al rojo le corresponde la frecuencia más baja ($\cong 4{,}3.10^{14}$ Hz) mientras que al violeta le corresponde la más alta ($\cong 7{,}5.10^{14}$ Hz). En cuanto a la longitud de onda en el aire, la luz violeta tiene una longitud de onda mayor que 4.10^{-7} m mientras que la luz roja tiene una longitud de onda menor que $7{,}5.10^{-7}$ m.

6. ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO ONDULATORIO.

Con la ecuación de ondas pretendemos conocer el valor de la magnitud cuya propagación constituye la onda en **cualquier punto** del espacio que sea afectado por ella y en **cualquier** instante después de que el foco iniciara la perturbación. Es decir, si designamos por *y* el valor de la perturbación, por x la distancia al foco y por t el tiempo transcurrido desde que el foco iniciara la perturbación, lo que pretendemos será conocer una ecuación que permita calcular y en función de *x* y de t.

$$y = f(x,t)$$

Con objeto de que la ecuación obtenida pueda ser comprendida más fácilmente haremos las siguientes simplificaciones:

a) Supondremos que el foco es puntual.
b) Supondremos que la perturbación del foco puede ser representada como un m.a.s.
c) Supondremos que en el instante inicial el foco se encontraba en la posición de equilibrio.

Esa condición supone que $\phi_0 = 0$, por lo que la ecuación del foco se puede representar como:

$$Y_F = A\text{sen } wt$$

d) Supondremos que la onda es lineal y que el medio no absorbe ninguna energía de la onda. Esa condición tienen la consecuencia de que la amplitud de la onda será constante.

Teniendo en cuenta todo esto nos queda una ecuación:

$$y(x,t) = A\,\text{sen}\,\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

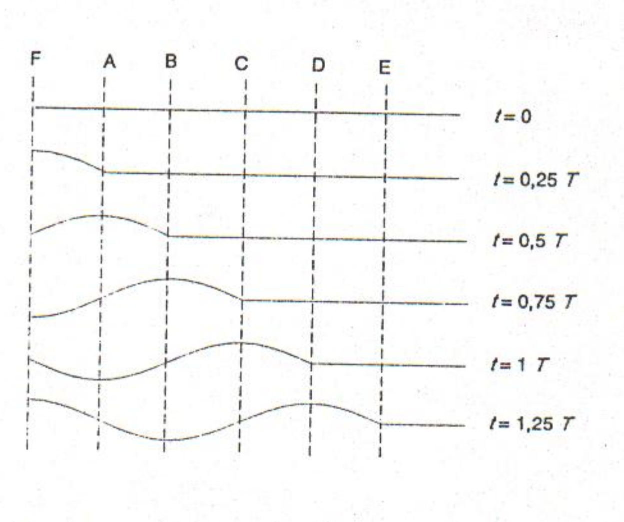
$$y(x,t) = A\,\text{sen}\,2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT}\right) = A\,\text{sen}\,2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$y(x,t) = A\,\text{sen}\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = A\,\text{sen}(\omega t - kx)$$

En la que k se conoce como **número** de ondas. Cualquiera de las formas de la ecuación de ondas nos permite calcular el valor de la magnitud cuya perturbación se propaga en función del tiempo y de la distancia al foco.

El dibujo ilustra la producción de una onda transversal que se propaga en una dirección única. El foco posee un m.a.s. y suponemos que la fase inicial del mismo es nula. El dibujo representa cómo se vería la cuerda en momentos sucesivos. Hemos hecho coincidir esos momentos con fracciones del período de la oscilación.

Se puede observar cómo la perturbación se va propagando hacia la derecha. También se pueden observar las sucesivas posiciones que ocupa un punto cualquiera, por ejemplo el A, a lo largo del tiempo.



A partir del dibujo también podemos observar que el valor de la magnitud que se propaga se repite en función del tiempo (cualquier punto repite su posición a intervalos de tiempo iguales a un período) lo que se denomina periodicidad temporal, y que el valor de la magnitud propagada también se repite en función de la distancia al foco (por ejemplo, coincide el valor de la magnitud en los puntos F y D, o en los puntos A y E), lo que se denomina periodicidad espacial.

P.17 El desplazamiento de la posición de equilibrio, debido a una onda transversal que se propaga a lo largo de una cuerda tensa. viene dado por y=0,25sen(0,05t-0,2x), t en segundos y x en metros. Calcula: a) el desplazamiento, en el instante inicial, de los puntos que están a 1 y 2 m del foco; b) la amplitud, longitud de onda, frecuencia, periodo y velocidad de la onda; c) la ecuación de la velocidad de oscilación de las partículas de la cuerda y la velocidad del punto de la cuerda x=2,5 m en el instante t=10 s; d) escribe la ecuación para una onda idéntica que se propague en sentido opuesto.

P.18 La ecuación de un movimiento ondulatorio es y=0,04sen(2,5t-100x). Calcula la longitud de onda, frecuencia y velocidad de propagación.

P.19 Una onda transversal que avanza por una cuerda viene expresada por la ecuación: y=10sen(2t-0,01x). Calcula la amplitud, la frecuencia, la velocidad de propagación y la longitud de onda.

6.1 FASE Y OPOSICIÓN DE FASE.

En la ecuación del movimiento ondulatorio el término **kx** se representa a veces por el símbolo φ. Se le llama **fase** e indica el **desfase** en el estado de vibración de un punto determinado al que llega la onda respecto al estado de vibración del foco. Cuando dos puntos tienen la **misma** fase (mismo valor de φ ó difieren en un número entero de veces 2π) se dice que están en **concordancia de fase,** (el seno toma el mismo valor) lo que indica que tienen el mismo estado de movimiento: misma elongación y velocidad.

Así pues, $y = A \operatorname{sen} (\omega t - \varphi)$ siendo $\varphi = 2\pi x/\lambda$

Si las fases de dos puntos **difieren** en π o número impar de veces π , se dice que **están** en **oposición de fase** (el seno toma valores opuestos). Así, si uno tiene un valor máximo de elongación, el otro lo tendrá mínimo, por ejemplo.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Concordancia de fase} & \Psi_1 - \Psi_2 = n(2\pi) \\ \text{Oposición de fase} & \Psi_1 - \Psi_2 = (2n+1)\pi\end{array}\right\} n = 0,1,2..$$

¿Qué distancia separa a dos puntos cuando están en fase y cuando están en oposición de fase?

Dos puntos estarán en concordancia de fase si la diferencia de sus distancias al foco es un número entero de longitudes de onda mientras que dos puntos estarán en oposición de fase si la diferencia de sus distancias al foco es un número impar de semilongitudes de onda:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Concordancia de fase} & \Psi_1 - \Psi_2 = 2\pi\frac{x_1}{\lambda} - 2\pi\frac{x_2}{\lambda} = n(2\pi) \\ \text{Oposición de fase} & \Psi_1 - \Psi_2 = 2\pi\frac{x_1}{\lambda} - 2\pi\frac{x_2}{\lambda} = (2n+1)\pi\end{array}\right\}\left\{\begin{array}{l} x_1 - x_2 = n\lambda \\ x_1 - x_2 = (2n+1)\frac{\lambda}{2}\end{array}\right.$$

P.20 Hacemos oscilar el extremo de una cuerda con un m.a.s. de forma que realiza 40 oscilaciones en 10 s, siendo la distancia entre las posiciones extremas de cada oscilación de 40 cm. La cuerda mide 6 m y la perturbación tarda 0,5 s en ir de un extremo al otro. a) Escribe la ecuación de la onda, suponiendo que en el instante inicial el extremo de la cuerda sobre el que actuamos está en su posición de equilibrio. b) Calcula la distancia entre dos puntos consecutivos que están en fase. Idem para dos puntos consecutivos que estén en oposición de fase. c) Calcula la velocidad de un punto de la cuerda que se encuentra a 4 m del extremo 6 s después de que se iniciara la perturbación. d) ¿Cómo podríamos conseguir que disminuyera la longitud de onda en la cuerda?

P.21 Una onda avanza con velocidad de 32 m/s. La amplitud es de 2,3 cm y la frecuencia 60 Hz. Suponiendo que en el origen y en el instante inicial la elongación fuera máxima, calcula: la elongación, velocidad y aceleración de un punto que dista 16 m del foco *0,5 s* después de que el foco comience a vibrar.

P.22 Una cuerda de 60 cm tiene uno de los extremos (que llamamos A) unido a un vibrador que le produce a ese extremo un m.a.s. de amplitud 1,0 cm y frecuencia 100 Hz. El otro extremo está unido a un dispositivo que impide la reflexión de las ondas. Si en el instante t = 0 el extremo A está en su posición de equilibrio y, consideramos que su desplazamiento de subida se toma como sentido positivo, dar la expresión de la elongación de A en función del tiempo.

Si la perturbación se propagan con una velocidad de 30 m/s, calcula: a) La longitud de onda b) La expresión de la elongación de un punto B situado a 45 cm de A. c) La velocidad de ese punto 2,35 segundos después de que el punto A empezase a vibrar.

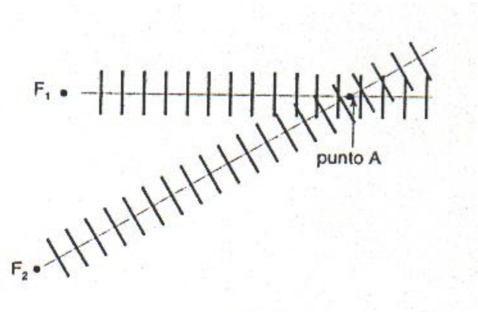
7 INTERFERENCIAS.

La propagación de ondas en un medio puede dar lugar a fenómenos característicos, no explicables suponiendo que la energía es transportada al mismo tiempo que la materia. Fueron precisamente la existencia de estos fenómenos, lo que provocó la necesidad del modelo ondulatorio para poder explicarlos.

Hablamos de interferencias cuando a un punto llegan simultáneamente dos o más ondas. En este caso se suma el efecto de todas las ondas que concurren en cada punto del espacio en donde se produce la interferencia. Después de interferir, las ondas no sufren modificaciones y siguen propagándose con la misma dirección y sentido que tenían antes de encontrarse, lo cual es un rasgo que diferencia a las ondas de lo que podría denominar como el movimiento de una partícula individual.

El caso más simple lo constituye la interferencia de dos ondas de la misma frecuencia procedentes de dos focos sincronizados (es decir, que están en concordancia de fase o cuyas fases mantienen una diferencia constante). Las llamamos **ondas coherentes.**

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= A_1 \operatorname{sen}(\omega t - kx_1) \\ y_2 &= A_2 \operatorname{sen}(\omega t - kx_2) \end{aligned}\right\} y_A = y_1 + y_2$$



Cuando la perturbación producida por el foco F_1, en el punto A esté en fase con la perturbación producida por el foco F_2 en el mismo punto A se produce lo que se llama una **interferencia constructiva,** en la que la amplitud de la perturbación resultante es $A_1 + A_2$, mientras que si las perturbaciones producidas en el punto A por ambos focos están en oposición de fase, la amplitud de la perturbación resultante será la diferencia entre ambas, $A_1 - A_2$, lo que se llama **interferencia destructiva.**

Puede darse el caso de que la interferencia destructiva llegue a ser total, anulando totalmente la perturbación procedente de un foco el efecto producido por la perturbación procedente del otro foco.

Para que dos ondas coherentes (emitidas por focos que están en fase), produzcan en un punto una **interferencia constructiva máxima** se debe cumplir que $y_1 = y_2$, siendo y_1 e y_2 las perturbaciones producidas por cada, onda en ese punto en un instante dado. Suponiendo que ambas tienen la misma amplitud la condición anterior se cumple cuando:

$(\omega t - kx_1) - (\omega t - kx_2) = n2\pi$,siendo n un número entero.

Operando en la ecuación anterior y teniendo en cuenta que $k=2\pi/\lambda$ se llega a que la condición para que se produzca:

interferencia constructiva máxima $x_1 - x_2 = n\,\lambda$ $n = 0, 1, 2, ...$

Para que dos ondas coherentes produzcan **interferencia destructiva total** en un punto se debe cumplir que $y_1 = -y_2$**.** Eso supone que:

$(\omega t - kx_1) - (\omega t - kx_2) = (2n+1)\lambda/2$

Operando de forma, similar se llega a que la condición para que se produzca:

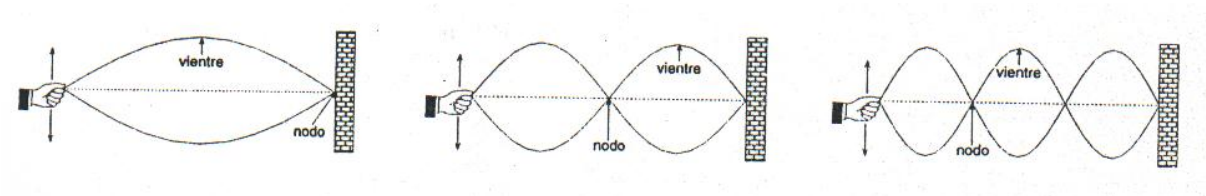
interferencia destructiva total $x_1 - x_2 = (2n+1)\ \lambda/2$ $n = 0, 1, 2, ...$

8 ONDAS ESTACIONARIAS.

Si agitamos el extremo de una cuerda o el de un muelle mientras mantenemos fijo el otro, se propagará una onda del extremo agitado al fijo, en donde se reflejará y regresará al punto de partida. Si hacemos que la cuerda siga en vibración, será recorrida por ondas en ambos sentidos y la onda producida que se mueve en un sentido interferirá con la reflejada que lo hace en sentido contrario. Normalmente, el resultado de la interferencia será un revoltijo y la cuerda en su conjunto oscilará muy débilmente.

Solamente cuando hacemos vibrar la cuerda con la o las frecuencias adecuadas, la onda que se propaga en un sentido y su reflejada interfieren de una forma peculiar produciendo una onda **estacionaria.** Esta situación se caracteriza porque hay puntos que vibran con una gran amplitud, llamados **vientres,** mientras que hay otros que no vibran nada, llamados **nodos.** Cada uno de los puntos de la cuerda, excepto los nodos, se comporta como un oscilador armónico con un m.a.s. con una amplitud diferente según su posición.

Los vientres se forman en aquellos puntos en los que existe interferencia constructiva, mientras que los nodos corresponden a puntos en los que la interferencia es destructiva.



Además de los nodos y los vientres, los otros puntos de la cuerda vibran cada uno con una amplitud diferente, comprendida entre 0 y 2A[1], siendo A la amplitud de una de las ondas que se propagan en la cuerda. Esto es una diferencia fundamental con el aspecto de una onda normal, en la que la amplitud es la misma para todos los puntos, y no diferente de un punto a otro. Claro está que una onda estacionaria no es una onda normal, sino que es el resultado de la interferencia de dos ondas.

Aunque en el título hemos puesto que las ondas estacionarias se forman al interferir una onda con su reflejada, esta condición no es estrictamente necesaria. Basta con que la interferencia sea entre dos ondas de las mismas características: amplitud, frecuencia y velocidad, que llegan a un punto propagándose en sentidos contrarios.

[1] La amplitud de los vientres puede llegar a ser más de 2.A, en el supuesto de que se siga aportando energía sincrónicamente en el extremo de la cuerda. Se llega hasta cuando la energía que se disipe sea igual a la aportada.

Puede hacerse un tratamiento matemático para llegar a la ecuación de la onda estacionaria. Se trata de sumar los efectos producidos por las dos ondas cuya interferencia da lugar a la onda estacionaria. Las ecuaciones a sumar serían:

y_1=Asen(ωt-kx) y_2=Asen(ωt+kx)

El signo + en la ecuación de la segunda onda se debe a que el sentido de propagación en ella es justo al contrario al de la onda original

El resultado de esta operación es el ya comentado: existen puntos que no vibran mientras que hay otros que vibran con doble amplitud. Además, la amplitud de cada punto es diferente dependiendo de su posición.

$$y_1 = A \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \qquad y_2 = A \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$y = A\left[\operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \right] = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{T}$$

Por lo tanto, el punto en cuestión vibrará con igual periodo que los movimientos ondulatorios componentes y con una amplitud:

$$A' = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$$

que depende de la posición del punto.

La amplitud es nula en aquellos puntos para los que

$$\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \quad \text{es decir} \quad \frac{2\pi x}{\lambda} = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad \text{o sea:} \quad x = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \text{ , n=0,1,2...}$$

que corresponde a los nodos.

Por el contrario, la amplitud será máxima en los puntos tales que:

$$\cos \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1 \quad \text{es decir} \quad \frac{2\pi x}{\lambda} = n\pi \quad \text{o sea:} \quad x = \frac{2n\lambda}{4} \quad \text{,n=0,1,2...}$$

que corresponde a los vientres.

Puede demostrarse que la distancia entre dos nodos consecutivos, o entre dos vientres consecutivos, es igual a media longitud de la onda original.

Las frecuencias a las cuales se originan las ondas estacionarias son las frecuencias propias o frecuencias de resonancia de la cuerda. La formación de ondas estacionarias no ocurre para todos las frecuencias. Si analizamos lo que ocurre cuando se agita el extremo de la cuerda, la onda estacionaria se producirá sólo cuando el tiempo empleado por la onda en recorrer una distancia 2L (siendo L la longitud de la cuerda) sea igual (o un múltiplo entero de veces) al que tarda el foco en realizar una oscilación completa.

$$\frac{2L}{v} = nT = \frac{n}{f} \qquad f = n\frac{v}{2L} \qquad n=1, 2, ...$$

Para n = 1 obtenemos lo que se llama **frecuencia fundamental.** El resto de frecuencias posibles se les llama armónicos. Así, el primer armónico se da para n = 2. Podemos ver que la frecuencia del primer armónico es doble de la frecuencia del modo fundamental. Para n = 3 obtendremos el segundo armónico y así sucesivamente. Se dice que los valores de las frecuencias de resonancia están **cuantizados.** Eso quiere decir, que no es posible cualquier valor, sino que sólo pueden existir aquellos que son múltiplos enteros de un determinado valor fundamental. El valor fundamental depende de la velocidad de la onda y de la longitud de la cuerda. Ahora bien, la velocidad depende de características propias de la cuerda.

P.23. En un tubo que está abierto por los dos extremos se producen ondas estacionarias que tienen vientres en ambos extremos del tubo. Dibuja qué aspecto tendría el modo fundamental de vibración, así como el primer, segundo y tercer armónico. Si la longitud del tubo es de 60 cm, y la velocidad del sonido en el aire de 340 m/s, ¿cuáles serían las frecuencias correspondientes?

P.24. Una cuerda de guitarra cuya longitud es de 80 cm, sujeta por ambos extremos, tiene una densidad y está sometida a la tensión correspondiente para que por ella pueda propasarse una onda con velocidad de 1000 m/s. a) Calcula cuál será la longitud de onda y la frecuencia fundamental de vibración para que se produzca una onda estacionaria (la frecuencia fundamental es aquella que se produce cuando sólo hay dos nodos, uno en cada extremo de la cuerda). b) Calcula la longitud de onda y frecuencia para que se produzca una onda estacionaria con tres nodos (uno en cada extremo y otro en el centro). c) Calcula la longitud de onda y frecuencia para que se produzca una onda estacionaria con seis nodos. d) Compara las frecuencias para cada caso.

Aunque sólo hemos hablado de ondas estacionarias en una cuerda, las ondas estacionarias pueden producirse con cualquier tipo de ondas. Pueden producirse en ondas superficiales y en ondas esféricas. Todos los instrumentos de música producen ondas estacionarias y pueden también producirse en las ondas electromagnéticas, etc.

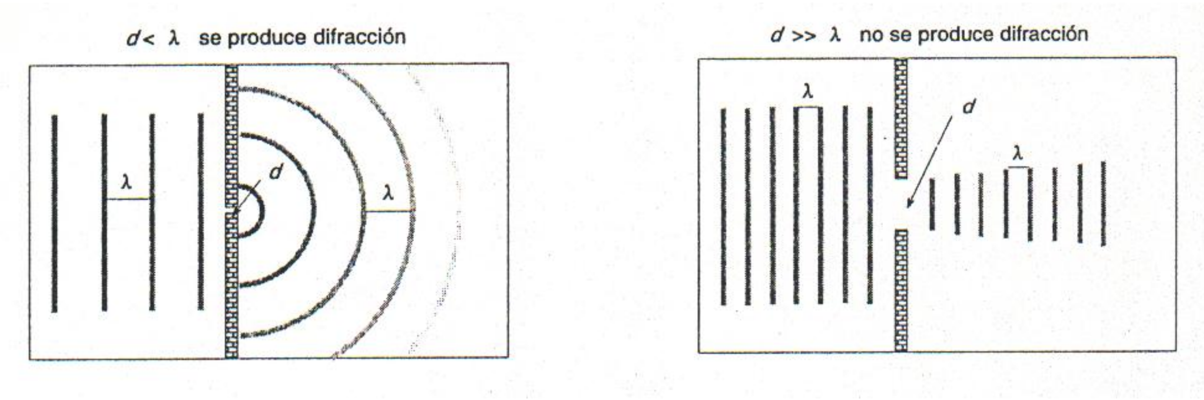
9 DIFRACCIÓN.

Cuando una onda se encuentra con un obstáculo agujereado (rendija en un muro) o un cuerpo aislado, el resultado depende de la relación entre la anchura de la rendija (o la dimensión del cuerpo) y la longitud de onda del movimiento ondulatorio.

Si la longitud de onda es mayor que el tamaño de la rendija, la onda pasa al otro lado ocupando prácticamente la totalidad del espacio. Da la impresión de que la onda supera el obstáculo como si no estuviera o bien que la rendija es un nuevo foco de la onda. Se produce lo que se conoce como **difracción** de la onda.

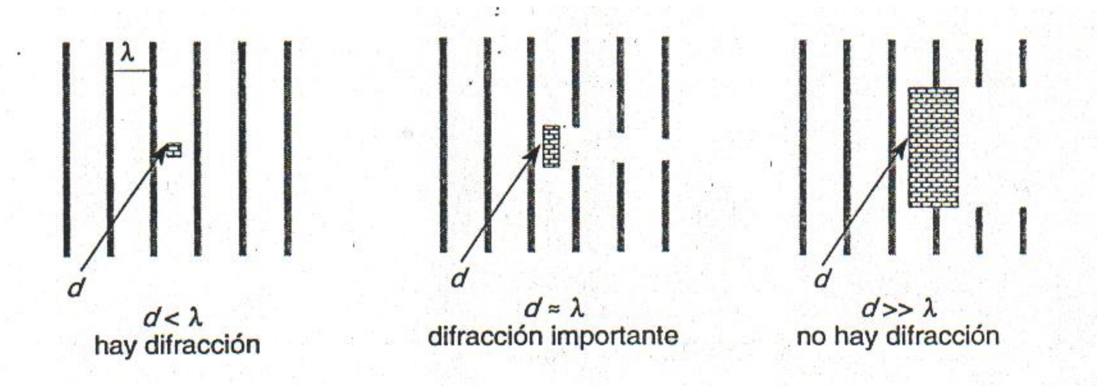
Si la longitud de onda es del orden del tamaño de la rendija, también se produce la difracción, pero el efecto es menos intenso, ocupando sólo parte del espacio posterior al muro.

Si la longitud de onda es bastante menor que el tamaño de la rendija, la onda pasa prácticamente sin difracción, es decir sólo se transmite al otro lado del muro por la parte correspondiente al frente del agujero. Es decir, la onda no puede bordear el obstáculo.



Si en lugar de una rendija, lo que hacemos es poner un obstáculo al paso de las ondas, pensar en un tubo fino, un poste o un muro de varios metros de ancho colocados como obstáculo al paso de las olas del mar, los fenómenos de difracción también están relacionados con la relación entre la longitud de onda y el tamaño del obstáculo.

Si la longitud de onda es bastante mayor que el obstáculo, la difracción es total y la onda parece bordear perfectamente el obstáculo. Si la longitud de onda es del mismo orden que el tamaño del obstáculo la difracción es parcial, y cuando el obstáculo es mayor que la longitud de onda se convierte en un impedimento insalvable, produciéndose detrás de él una zona a la que no llega el movimiento ondulatorio.



9.1 PRINCIPIO DE HUYGENS-FRESNEL.

Para explicar el comportamiento de las ondas en la difracción y en general, en su propagación, se formuló en el siglo XVII el Principio de Huygens, desarrollado matemáticamente por . Fresnel a finales del siglo XVIII.

Todo punto de un frente de onda se convierte en emisor de una serie de ondas elementales que se propagan en todas direcciones. El nuevo frente de ondas es la superficie envolvente de las ondas elementales.

Haciendo uso de este principio es posible explicar perfectamente el fenómeno de la difracción. El tratamiento cuantitativo es bastante complicado, pues se trata de calcular las interferencias producidas por las ondas creadas por cada uno de los puntos de la rendija. Sin embargo, el resultado de esas interferencias es que las ondas elementales se anulan en todos los puntos excepto en la superficie que forma el frente de ondas, que podemos considerar como la envolvente de todas las ondas elementales.

9.2 ALGUNAS APLICACIONES DE LA DIFRACCIÓN.

El estudio cuantitativo de los fenómenos de difracción relaciona claramente la longitud de onda de la onda difractada con el tamaño de la rendija por el que ha sido difractada. Eso permite calcular las longitudes de onda, en aquellos casos que son muy difíciles de medir, conociendo el tamaño de las rendijas. Éste fue el sistema utilizado por Young para medir por primera vez las longitudes de onda de luz de diversos colores.

El procedimiento inverso, inferir el tamaño y forma de objetos extremadamente pequeños a partir de las figuras de difracción que producen, es muy utilizado en el estudio de los fenómenos atómicos y para el conocimiento de la estructura interna de la materia. Para conseguir analizar elementos cada vez más pequeños se necesitan ondas cuya longitud de onda sea cada vez más pequeña, empleándose la difracción de rayos X en lugar de la difracción de la luz visible para esos casos.

9.3 LA DIFRACCIÓN, CARACTERÍSTICA EXCLUSIVA DE LAS ONDAS.

El fenómeno de la difracción, el hecho de que una propagación de energía pueda rodear un obstáculo ocupando todo el espacio detrás del mismo, es algo que no puede ser explicado suponiendo que esa energía es transportada por unos corpúsculos que se desplazan en el mismo sentido que la energía. No es válido por lo tanto un modelo corpuscular.

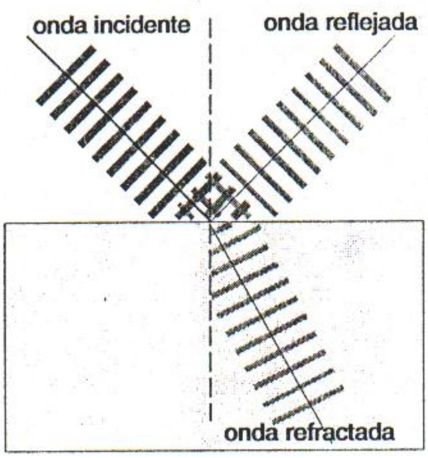
Piensa en lo siguiente: si nos colocamos detrás de un muro de hormigón de 4 metros de ancho por 4 metros de alto y de 50 centímetros de espesor estaremos a cubierto de las balas que nos disparen desde el otro lado del muro. Es imposible transmitir energía a esa zona utilizando para ello el desplazamiento de un cuerpo que se desplace en el sentido de la energía.

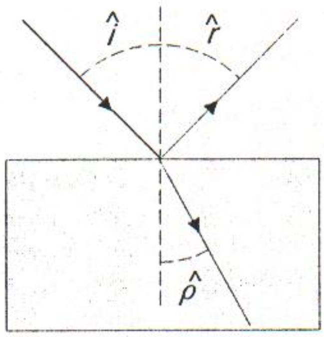
Pero, cosa curiosa, detrás del muro sí podemos oír un sonido producido al otro lado del mismo. El sonido se difracta en los bordes del obstáculo, de forma que pasa al otro lado ocupando todo el espacio. Hay que hacer uso de un modelo ondulatorio para poder explicar eso. La difracción pone de manifiesto la diferencia fundamental entre el modelo ondulatorio y el modelo corpuscular, de tal manera que podemos estar seguros que si observamos la difracción debemos suponer que está involucrado algo que debe ser explicado con el modelo ondulatorio.

10. LA REFLEXIÓN Y LA REFRACCIÓN.

Estos fenómenos ocurren cuando una onda llega a una superficie que separa dos medios con propiedades diferentes para la propagación de esa onda.

En la **reflexión** la onda choca con un obstáculo y prosigue su avance en el mismo medio, cambiando su dirección: se cumple en este fenómeno que el ángulo de incidencia i , es igual al ángulo de reflexión r.





Los fenómenos de reflexión son los causantes de numerosos efectos: los sonidos que se perciben incluyen el emitido directamente por la fuente sonora junto al que se refleja en las paredes y objetos próximos; los locales en los que el sonido juega un papel importante, teatros, auditorios, etc., han de ser construidos teniendo en cuenta las reflexiones y procurando evitar efectos desagradables, como los ecos y reverberaciones. Como aplicaciones tecnológicas de la reflexión del sonido o de los ultrasonidos podemos mencionar el sonar o las ecografías. En éstas se utilizan sonidos cuyas frecuencias son muy elevadas (ultrasonidos), entre 1 y 10 MHz, cuyas longitudes de onda son muy pequeñas, menores de 0,3 mm, lo que permite la observación de cuerpos de pequeño tamaño. También en la luz es muy importante la reflexión, no sólo por la formación de imágenes en espejos, sino por algo tan importante como es que podamos ver todos los cuerpos, ya que como sabemos la reflexión difusa es la que nos permite la visión de casi todo lo que podemos ver.

En la **refracción,** la onda pasa a propasarse por el segundo medio, pero sufre una desviación en su dirección. En este fenómeno se cumple la llamada ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } \rho} = \frac{v_1}{v_2}$$

donde i representa al ángulo de incidencia, ρ al ángulo de refracción y v_1 y v_2 las velocidades de propagación de la onda en los dos medios. Precisamente el cambio de velocidad es lo que origina el cambio de dirección.

En la propagación de ondas luminosas se utilizan los **índices de refracción** (n) de ambos medios en lugar de la velocidad de propagación de la luz en cada uno. El índice de refracción se define como el cociente de la velocidad de la luz en el vacío (c) y la velocidad de la luz en ese medio (v):

La Ley de Snell se puede escribir utilizando los índices de refracción de la siguiente manera:

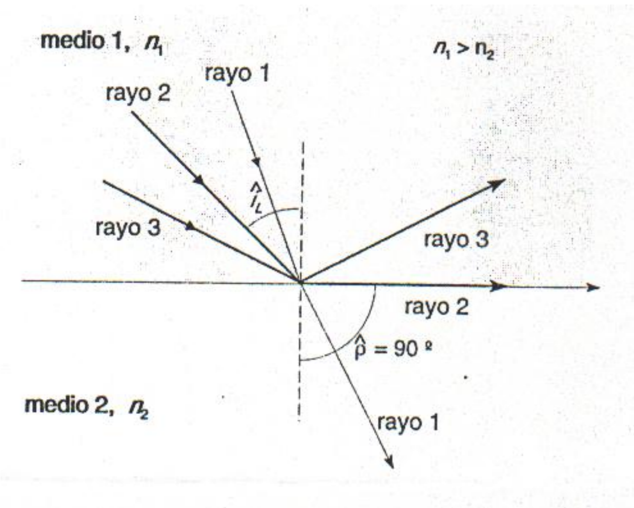
$$\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, \rho} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/v_2}{c/v_2} = \frac{n_2}{n_1} \qquad n_1 \,\text{sen}\, i = n_2 \,\text{sen}\, \rho$$

10.1 ÁNGULO LÍMITE O ÁNGULO DE REFLEXIÓN TOTAL.

Cuando una onda pasa de un medio de menor índice a otro de mayor índice de refracción el rayo retractado se acerca a la normal, i > ρ. Ejemplo: cuando la luz pasa del aire al vidrio. Si el paso es de un medio de mayor índice a otro de índice menor el rayo retractado se aleja de la normal, ρ > *i*. Esto ocurre cuando la luz pasa del vidrio al aire.

En este caso, hay un valor límite para el ángulo de incidencia i, por encima del cual el rayo no sale de ese medio pues ρ pasaría de 90º.

En el dibujo adjunto se puede observar lo que ocurre cuando una onda pasa de un medio de mayor índice de refracción a otro de menor índice:



El rayo 1 pasa al otro medio alejándose de la normal.

El rayo 2, cuyo ángulo de incidencia es igual al ángulo límite, tiene un ángulo de refracción de 90º.

El rayo 3, cuyo ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite se refleja totalmente y no se refracta.

El valor del ángulo límite se puede calcular aplicando la ley de Snell:

$$n_1 \,\text{sen}\, i_L = n_2 \,\text{sen}\, 90 \qquad i_L = \text{arcsen} \frac{n_2}{n_2}$$

Normalmente se produce reflexión y refracción cuando la onda cambia de medio material: parte de la onda se refleja y parte se refracta. Cuando el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo **límite** no hay rayo refractado, por lo que se dice que hay reflexión total. La reflexión total se utiliza en las fibras ópticas que son medios transparentes en los que se transmite la luz de forma que incide sobre la superficie con ángulos mayores al ángulo límite, permitiendo así que la luz no se disperse y "viaje dentro de la **fibra**".

Los fenómenos de refracción luminosos son frecuentes e importantes. Además de ser responsables de fenómenos curiosos como la aparente doblez de un cuerpo introducido en el agua, o de los espejismos, debemos mencionar también fenómenos naturales como el arco iris. Por último tenemos que decir que es necesario tener en cuenta la refracción cuando se quiere explicar la formación de imágenes en las lentes, y sus numerosas aplicaciones, gafas y otros aparatos ópticos como telescopio, microscopio, etc. También en el cristalino y en la córnea del ojo se produce la refracción de la luz que da lugar a la formación de imágenes en la retina.

P.25 Sabiendo que el índice de refracción del metacrilato es 1,6, ¿cuál es la velocidad de la luz en el metacrilato?

P.26 Un rayo luminoso pasa del agua (índice de refracción 1,33) al metacrilato, siendo el ángulo de incidencia de 30º. ¿Cuál será el ángulo de refracción? ¿Cuál será el ángulo límite para los rayos luminosos que se dirijan desde el agua hacia el metacrilato? ¿Cuál será el ángulo límite para los rayos luminosos que se dirijan desde el metacrilato hacia el agua?

P.27 La velocidad de la luz en el agua es 0,75c (siendo c la velocidad de la luz en el aire) a) Si un rayo de luz pasa del aire al agua formando un ángulo de 30º con la normal ¿cuál será el ángulo que forma con la normal el rayo que se propaga en el agua? b) Si el rayo pasa del agua al aire, siendo el ángulo que forma el rayo con la normal en el agua de 30º, ¿cuál será el ángulo que forme con la normal el rayo que se propaga en el aire? c) Calcula el ángulo límite en el paso de la luz del agua al aire.